

巧妙应用滑动摩擦力与支持力的合力方向不变解题

尤溪第一中学 肖秋芳

摘要 在高中物理力学的解题过程中,经常会遇到这样的问题:一个物体同时受到滑动摩擦力、支持力等多力(三个力以上)作用时,在第三个力作用下,改变支持力与滑动摩擦力的大小,当第三个力满足一定大小和方向,这时第三个力出现了最小的极值问题。求解这个问题典型的做法是用三角函数求极值,而用三角函数知识解题比较繁杂,但如果巧妙应用滑动摩擦力与支持力的合力方向不变,就可以使问题简单化,提高了解题的速度,起到事半功倍的效果。

关键词 滑动摩擦力;支持力;合力方向不变;极值

滑动摩擦力 F_f 与接触面的压力 F_N 之间的数量关系为 $F_f = \mu F_N$, 得 $\mu = F_f / F_N$, 如果把滑动摩擦力与支持力(压力的反作用力)合成,由于滑动摩擦力与支持力是垂直的所以他们合力必然在是以这两个力为邻边的矩形的对角线上,而且合力方向不随着滑动摩擦力与支持力的改变而改变(如图1),合力与支持力夹角为 θ , $\tan\theta = F_f / F_N = \mu$, 由于摩擦系数 μ 只取决于相互接触的两物体表面的材料性质及表面状况,因而 θ 与摩擦力和接触面的压力无关。也就说当滑动摩擦力与支持力都变化了,滑动摩擦力与支持力的合力方向却不变。这个结论在高中物理解题应用可以带来很大的方便。

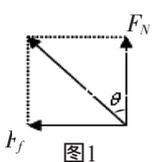


图1

1 滑动摩擦力与支持力的合力方向不变应用在四个力的极值问题

在一个接触面上物体同时受到了滑动摩擦力和支持力等三个力以上时,滑动摩擦力与支持力随着第三个力的改变而改变,当第三个力满足一定条件时求极值问题的应用^[1]。

【例题1】如图2所示,水平地面上静止放有一质量为 m 的物体,物体与水平地面间的动摩擦因数为 μ ,用一恒力 F 作用在物体上使其在水平面上匀速运动的最小恒力 F 为多大,与水平方向夹角如何?

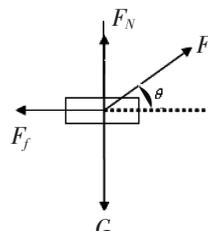


图2

分析:用常规的解法,受力分析如图2,设 F 与水平夹角为 θ ,把 F 力分解为水平方向与竖直方向。

根据平衡条件有 $F \sin\theta + F_N = mg$ ①

$F \cos\theta = F_f$ ②

$F_f = \mu F_N$ ③

联立①、②、③式得

$$F = \frac{\mu mg}{\mu \sin\theta + \cos\theta}$$

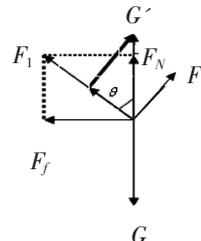


图3

由三角函数可得,当 $\tan\theta = \mu$ 时, $F = \frac{\mu mg}{\sqrt{\mu^2 + 1}}$

以上用三角函数得出结论,对学生的数学知识要求高,而且计算过程比较繁。下面用滑动摩擦力与支持力的合力方向不变求解。物体受力分析如图3,重力,拉力 F , 摩擦力,支持力。先把物体受到支持力与摩擦力合成为 F_1 。 θ 为支持力与合力 F_1 的夹角, $\tan\theta = F_f / F_N$, $\mu = F_f / F_N$ 即 $\mu = \tan\theta$, 摩擦力与支持力的合力 F_1 方向是确定的,当 F 作用下支持力与摩擦力也随之改变,但合力 F_1 方向不改变。这样原来物体受到了四个力平衡的求最小值,转化为三个力平衡:已知一个力——重力的大小方向不变,另一个力的方向即摩擦力与支持力的合力 F_1 方向已知,求出 F 最小值和方向。三个力共点力的平衡,其中 F 与合力 F_1 的合力必然与 G 的大小相等,方向相反。 F 的最小值就是如图3中,从 G' 点作已知 F_1 方向垂线段。如图即 $F = G \sin\theta$ 。

摩擦力与支持力的合力方向是确定的我们可省了大量的计算,给解题带来方便。不仅应用在水平上,也可应用在斜面上。

【例题2】如图4,质量为 m 的物块在斜面上做向下匀速运动,斜面的倾角为 $\theta = 30^\circ$,现在物块上施加一个力 F ,图中未画出,使物体向上匀速运动则最小拉力及方向?

分析:一种用常规的方法设 F 与斜面的夹角为 σ 然后根据三角函数关系求得 F 及夹角。计算过程复杂这里不介绍了。这里利用滑动摩擦与支持力的合力方向不变求解。首先分析在没有受到推力作用下物块 m 的平衡方程为:

$F_N - G \cos\theta = 0$,

$F_f - G \sin\theta = 0$.

又 $F_f = \mu F_N$, 解得 $\mu = \tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$

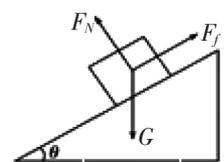


图4

现在施加一个力,物体则受到是四个力,重力、支持力、滑动摩擦力、 F (方向大小未知)。首先把支持力与滑动摩擦力先合成合力为 F_1 ,如图5,根据 $\mu = \tan\theta = F_f / F_N$,虽然滑

动摩擦力与支持力大小都因 F 的改变而改变, 但他们的合力为 F_1 方向却是定的。这样物体就受到三个力即: 重力(大小、方向确定)、 F_1 (方向已知)、 F (大小、方向未知), 三力平衡由矢量三角形几何关系可以得 F 是垂直于 F_1 的垂线 $F = \sin\beta G =$

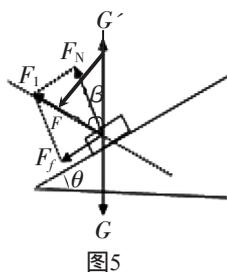


图5

$\frac{\sqrt{3}}{2}G$, 方向与竖直方向夹角 30° 向上, 图中未画出。

当然, 我们在解题过程中, 经常会遇到物体受到五个力(其中两个力是滑动摩擦力、支持力)时, 求满足一定条件的极值问题也可以应用

2 滑动摩擦力与支持力的合力方向不变应用在五个力极值问题

【例题3】如图6所示, 倾角为 60° , 高为 h 的粗糙绝缘斜面体 ABC 固定在水平地面上, 一个带负电的小球(可视为点电荷)固定在 BC 边上距 B 点 $h/3$ 高处的 D 点, 可视为质点的带正电的小物块 Q (质量为 m) 静止于斜面底端的 A 点, 此时小物块 Q 恰好不接触地面且与斜面间的摩擦力为 0 。

已知小物块 Q 与斜面间的动摩擦因数 $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 小物块 Q 所受的最大静摩擦力等于滑动摩擦力, 重力加速度为 g , 若要拉动小物体 Q , 使之沿斜面向上运动, 则拉力的最小值为多少?

分析: 小物块 Q 静止于 A 点时, 恰好不接触地面与斜面的摩擦力为 0 , 对小物块 Q 受力分析且由几何关系可知, 小物块 Q 所受库仑引力 F 与水平面夹角为 30° , 则沿斜面方向对小物块 Q 由平衡条件得

$$mg\sin 60^\circ = F\cos 30^\circ, \text{ 解得 } F = mg.$$

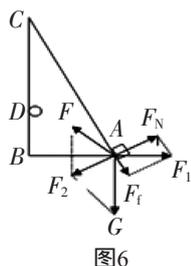


图6

(上接第38页)

复习思路、复习重点, 加强针对性训练, 开展专题复习。通过寻找高效的物理教学方法, 提高课堂实效, 进而提高学生的物理成绩才是王道。

2.3 进阶计划建议

由于大学名校理工科大部分需要选考物理, 让尖子生愿意多花时间在物理上, 但是仍然有大部分的学生不准备选物理, 高一开始就会放弃物理学科。两极分化现象使得教师不得不放慢教学进度去照顾这部分的学生。

进阶计划建议安排如下: 当物理必修学习结束时, 学生要达到水平二的程度; 高二学期末要达到水平三的程度; 高三复习之后预期达到水平四的程度。

3 结语

小物块 Q 运动时, 除拉力外的受力如图6所示, 还受到四个力的作用: 库仑力, 重力, 支持力, 滑动摩擦力。库仑力 F 与重力 G 大小相等, 且二者夹角为 120° , 故库仑力与重力的合力大小为 $F_2 = mg$, 合力方向在重力与库仑力的角平分线上且与重力方向夹角为 60° , 也与斜面垂直, 所以 F_N 大小等于 F_2 , 把小物块 Q 的支持力 F_N 与滑动摩擦力 F_f 合成为合力 F_1 的方向沿水平方向而且不随着 $F_{拉}$ 拉力的改变而改变, 这样物体受到是五个力变成了三个力即: F 与 G 的合力 F_2 (大小方向是确定的), 支持力与摩擦力的合力 F_1 (方向是确定的), 还有就是拉力。拉力最小值即还是处于平衡状态, 的如图7所示, 由图解法可得, 满足拉力与 F_1 方向垂直时, 拉力最小, 最小值为

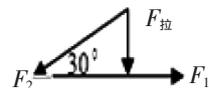


图7

$mg\sin 30^\circ = \frac{1}{2}mg$ 。

通过上面的几个例子, 不难发现在滑动摩擦力与支持力的合力方向不变的运用, 是把这两个力化成一个方向不变的力, 从而化多力(三力以上)为三个力的。也是对滑动摩擦力计算公式的理解与运用, 我们课堂中要善于引导学生进行归纳总结, 既可以节约时间, 又提高了解题效率。培养了学生的分析、理解、概括、应用的能力。

参考文献:

[1] 张子云. 一类动力极值问题的几何解法[J]. 物理教师, 2018, (6)

新一轮的高考综合改革是大势所趋, 每一个教师都无法逃避改革的浪潮。物理教师只有迎难而上, 奋力拼搏才能找到出路。

参考文献:

[1] 福建省教育厅. 福建省深化考试招生制度改革实施方案[Z]. 2016-10-3.
[2] 中华人民共和国教育部. 普通高中物理课程标准(2017年版)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2018.