# 尤溪一中 2018-2019 学年上学期高三理科数学周测（十五）答案解析

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

**11.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$　　　　**12.** **80**　　　　**13.** $\sqrt{3}$**+1**　　　　**14. 1276**

**一．选择题**

1．　【解答】解：全集 U＝{x|x（x﹣1）≤0}＝[0，1]，A＝{1}，则∁UA＝[0，1）故选：C．

2．　【解答】解：根据题意，函数 $f$（$x$）＝$2^x﹣2^{-x}$，则 $f$（﹣$x$）＝$2^{-x}﹣2^x$＝﹣（$2^x﹣2^{-x}$）＝﹣$f$（$x$），$f$（$x$）为奇函数，

又由 $f$（$x$）＝$2^x﹣2^{-x}$，其导数为 $f'$（$x$）＝（$2^x+2^{-x}$）$ln2$＞0，则函数 $f$（$x$）在 **R** 上为增函数，

则 $f$（1﹣2$x$）+$f$（$x$）＞0⇒$f$（1﹣2$x$）＞﹣$f$（$x$）⇒$f$（1﹣2$x$）＞$f$（﹣$x$）⇒1﹣2$x$＞﹣$x$，

解可得：$x$＜1，　即不等式的解集为（﹣∞，1）；　故选：$A$．

3．　【解答】解：由θ＝　，则有 sinθ＝　，即“θ＝　”是“sinθ＝　”的充分条件，

由 sinθ＝　，得：θ＝kπ+（﹣1）k ，即“θ＝　”是“sinθ＝　”的不必要条件，

即“θ＝　”是“sinθ＝　”的充分不必要条件．　故选：A．

4．　【解答】解：根据题意，$f$（$x$）＝$\begin{cases}\cos\dfrac{\pi}{2}x, & x\leqslant 0\\ \log_7 x, & x>0\end{cases}$，

当 $x$≤0 时，$f$（$x$）＝$\cos\dfrac{\pi x}{2}$，

设 $g$（$x$）的图象与 $f$（$x$）＝$\cos\dfrac{\pi x}{2}$（$x$≤0）图象关于原点对称，

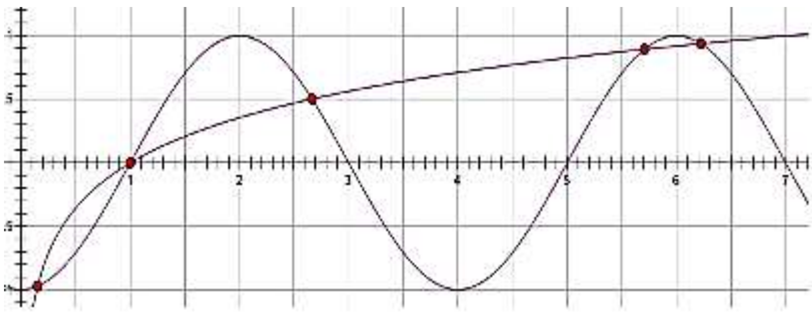
则 $g$（$x$）＝﹣$f$（﹣$x$）＝﹣$\cos\dfrac{\pi x}{2}$　（$x$≥0），

当 $x$＞0 时，$f$（$x$）＝$\log_7 x$，

在同一坐标系中作出函数 $f$（$x$）＝$\log_7 x$ 和 $g$（$x$）的图象，如图：

如图，有 5 个交点，

则函数 $f$（$x$）＝$\begin{cases}\cos\dfrac{\pi}{2}x, & x\leqslant 0\\ \log_7 x, & x>0\end{cases}$ 的图象上关于原点成中心对称的点 5 对；故选：$C$．



5. 【解答】解：由已知条件可知，折后的几何体为直棱柱，且底面为直角三角形，底面外接圆的直径为$2r=FG=\sqrt{2}$，直棱柱的高为 $h=2$，

设几何体的外接球的半径为 $R$，则 $2R=\sqrt{(2r)^2+h^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{6}$，

因此，折叠后的外接球的表面积为 $4\pi R^2=\pi\times(2R)^2=6\pi$， 故选：$B$.

6. 【解答】解：在 $RT\triangle ABC$ 中，设 $AO=x$，则 $AC=4x$，

由射影定理可得：$AB^2=AO\bullet AC$，即：$AO^2+OB^2=AO\bullet AC$，

可得：$x^2+(\sqrt{3})^2=x\bullet 4x$，解得：$x=1$，或 $-1$（舍去），

可得：$AC=4$，由函数图象可得：$T=4=\frac{2\pi}{\omega}$，

解得：$\omega=\frac{\pi}{2}$. 故选：$D$.

7. 【解答】解：$\because T=\pi$，$\therefore \omega=\frac{2\pi}{T}=2$，$\therefore f(x)=8\sin(2x-\frac{\pi}{3})$，

当 $x\in[-\frac{\pi}{24}, \frac{m}{3}]$时，$2x-\frac{\pi}{3}\in[-\frac{5\pi}{12}, \frac{2m-\pi}{3}]$，$\therefore -\frac{5\pi}{12}<\frac{2m-\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}$，解得 $-\frac{\pi}{8}<m\leqslant\frac{5\pi}{4}$；

当 $x\in[\frac{m}{2}, \frac{2\pi}{3}]$时，$2x-\frac{\pi}{3}\in[m-\frac{\pi}{3}, \pi]$，$\therefore \frac{\pi}{2}\leqslant m-\frac{\pi}{3}<\pi$，解得$\frac{5\pi}{6}\leqslant m<\frac{4\pi}{3}$，

综上所述：$\frac{5\pi}{6}\leqslant m\leqslant\frac{5\pi}{4}$，故选：$B$.

8. 【解答】解：对任意的 $x\in\mathbf{R}$，有 $f(-x)-f(x)=0$，

$\therefore f(x)$ 为偶函数，

设 $g(x)=f(x)-x^2$，

$\therefore g'(x)=f'(x)-2x$，

$\because x\in[0,+\infty)$ 时 $f'(x)>2x$，

$\therefore g'(x)=f'(x)-2x>0$，

$\therefore g(x)$ 在$\in[0,+\infty)$ 为增函数，

$\because f(a-2)-f(a)\geqslant 4-4a$，

$\therefore f(a-2)-(a-2)^2\geqslant f(a)+a^2$，

$\therefore g(a-2)\geqslant g(a)$，

$\therefore |a-2|\geqslant|a|$，

解得 $a\leqslant 1$，

故选：$A$.

9. 【解答】解：等式 1+x+x2+x3＝a0+a1（1﹣x）+a2（1﹣x）2+a3（1﹣x）3 对一切 x∈R 都成立，其中 a0，a1，a2，a3 为实常数，

则令 x＝0，可得 a0+a1+a2+a3＝1，故选：D．

10．

【解答】解：$f$（$x$）的定义域是（0，+∞），

故 $f'$（$x$）$=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-a=\frac{-ax^2+x+1}{x^2}$，

若 $f$（$x$）在（0，+∞）递增，

则 $-ax^2+x+1\geqslant 0$ 在（0，+∞）恒成立，

$a=0$ 时，显然成立，

$a\neq 0$，只需 $a\leqslant\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)_{min}$，

而 $y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$在（0，+∞）递减，

故 $a<0$，

综上，$a\leqslant 0$，

故选：$A$．

## 二．填空题

11．

【解答】解：由 $c^2=(a-b)^2+6$，可得 $c^2=a^2+b^2-2ab+6$，

由余弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=a^2+b^2-ab=a^2+b^2-ab$，

所以：$a^2+b^2-2ab+6=a^2+b^2-ab$，

所以 $ab=6$；

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$．

故答案为：$\frac{3\sqrt{3}}{2}$．

12．

【解答】解：利用间接法，先从 9 人任选 3 人，再排除 3 人全是女的情况，故有 $C_9^5-C_4^3=80$，

故答案为：80．

13．

【解答】解：如图所示，$\triangle ABC$ 中，$\angle A=\frac{\pi}{3}$，

∴$\triangle ABC$ 的面积为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|\times|\overrightarrow{AC}|\times\sin\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，

$\therefore |\overrightarrow{AB}|\times|\overrightarrow{AC}|=4$；

又 $M$ 是边 $BC$ 的中点，$N$ 是线段 $BM$ 的中点，

则 $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}$（$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$），

$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}$（$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$）$+\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，

$\therefore \overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{AN}=\frac{3}{8}{\overrightarrow{AB}}^2+\frac{1}{8}{\overrightarrow{AC}}^2+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}$

$=\frac{3}{8}|\overrightarrow{AB}|^2+\frac{1}{8}|\overrightarrow{AC}|^2+\frac{1}{2}\times|\overrightarrow{AB}|\times|\overrightarrow{AC}|\times\cos\frac{\pi}{3}$

$\geqslant 2\sqrt{\frac{3}{8}\times\frac{1}{8}}\times|\overrightarrow{AB}|\times|\overrightarrow{AC}|+\frac{1}{2}\times4\times\frac{1}{2}$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{8}\times4+1$

$=\sqrt{3}+1$；

当且仅当 $|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{3}|\overrightarrow{AB}|=2\sqrt[4]{27}$ 时取等号，

$\therefore \overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{AN}$ 的最小值为 $\sqrt{3}+1$．

故答案为：$\sqrt{3}+1$．

14．

【解答】解：数列 $\{a_n\}$ 中，$a_{2n}=a_{2n-1}+(-1)^n$，$a_{2n+1}=a_{2n}+n$，

$\therefore a_{2n+1}-n=a_{2n-1}+(-1)^n$，

化为：$a_{2n+1}-a_{2n-1}=n+(-1)^n$，

$\therefore a_3-a_1=1-1$，

$a_5-a_3=2+1$，

……，

$a_{99}-a_{97}=49-1$，

$a_{101}-a_{99}=50+1$．

相加可得：$a_{101}-a_1=1+2+\cdots\cdots+50=\frac{50\times(1+50)}{2}$．

可得：$a_{101}=a_1+1276$．

故答案为：1276．

## 三．解答题

15．

【解答】证明：（1）取 $PA$ 中点 $Q$，连结 $BQ$、$NQ$，$\because N$，$Q$ 分别为 $PD$、$PA$ 中点，

∴$QN // AD$，$QN=\frac{1}{2}AD$，

又点 $M$ 为 $BC$ 中点，∴$QN // BM$，且 $QN=BM$，

∴四边形 $BMNQ$ 为平行四边形，∴$MN // BQ$，

又 $BQ\subset$平面 $PAB$，$MN\not\subset$平面 $PAB$，∴$MN //$ 平面 $PAB$.

解：（2）取 $AD$ 中点 $O$，连结 $OP$、$OM$，

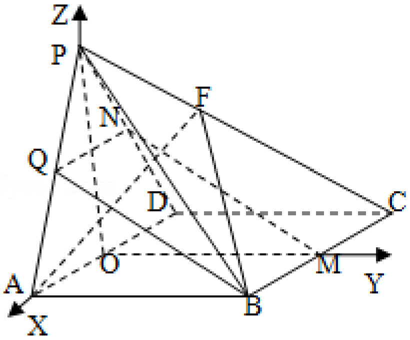
∵△$PAD$ 是以∠$APD$ 为直角的等腰直角三角形，

又 $O$ 为 $AD$ 的中点，∴$OP\perp AD$，又平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$，

由面面垂直的性质定理得 $OP\perp$平面 $ABCD$，

又 $OM\subset$平面 $ABCD$，∴$OP\perp OM$，

由已知得：$OP$、$OA$、$OM$ 两两垂直.




以 $O$ 为原点，分别以$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OM}$、$\overrightarrow{OP}$正方向为 $x$ 轴、$y$ 轴、$z$ 轴正方向建立空间直角坐标系如图示，

则 $A$（1，0，0），$B$（1，2，0），$P$（0，0，1），$C$（﹣1，2，0），

设$\overrightarrow{PF}=\lambda\overrightarrow{PC}$，（$0\leqslant\lambda\leqslant1$），

则$\overrightarrow{AB}=(0,\ 2,\ 0)$，$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PF}=$（﹣1﹣λ，2λ，1﹣λ）.

设平面 $ABF$ 的法向量为$\vec{n}=$（$x$，$y$，$z$），

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=2y=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AF}=(-1-\lambda)x+2\lambda y+(1-\lambda)z=0\end{cases}$，令 $x=1$，得$\vec{n}=$（1，0，$\frac{1+\lambda}{1-\lambda}$）.

又平面 $ABCD$ 的法向量为$\overrightarrow{OP}=$（0，0，1），

由二面角 $F$﹣$AB$﹣$C$ 成 30° 角得：$\frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{OP}|}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{OP}|}=\cos30°$，∴$\frac{\left|\frac{1+\lambda}{1-\lambda}\right|}{\sqrt{1+\left(\frac{1+\lambda}{1-\lambda}\right)^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

解得 $\lambda=2-\sqrt{3}\in[0,\ 1]$，或 $\lambda=2+\sqrt{3}\notin[0,\ 1]$不合题意，舍去，

∴$|\overrightarrow{PF}|=\lambda|\overrightarrow{PC}|=2\sqrt{6}-3\sqrt{2}$，

当棱 $PC$ 上的点 $F$ 满足$|\overrightarrow{PF}|=2\sqrt{6}-3\sqrt{2}$时，二面角 $F$﹣$AB$﹣$C$ 成 30° 角.

16.

**【解答】**（Ⅰ）证明：设直线 $l$ 方程为：$y=\frac{1}{2}x+b$，

代入椭圆 $C$：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 并整理得：$x^2+2bx+2b^2-2=0$．

设 $P$（$x_1$，$y_1$），$Q$（$x_2$，$y_2$），

则 $x_1+x_2=-2b$，$x_1x_2=2b^2-2$．

从而 $k_{AP}+k_{BQ}=\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2-1}{x_2}$

$=\frac{x_1x_2+(b-1)(x_1+x_2-2)}{(x_1-2)x_2}=\frac{2b^2-2+(b-1)(-2b-2)}{(x_1-2)x_2}=0$．

∴直线 $AP$、$BQ$ 的斜率互为相反数；

（Ⅱ）解：设 $C$：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的左顶点和下顶点分别为 $C$、$D$，

则直线 $l$、$BC$、$AD$ 为互相平行的直线，

∴$A$、$B$ 两点到直线 $l$ 的距离等于两平行线 $BC$、$AD$ 间的距离 $d=\frac{2}{\sqrt{1+\frac{1}{4}}}$.

∵$|PQ|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+\frac{1}{4}}|x_1-x_2|$．

∴ $S_{APBQ}=\frac{1}{2}d\cdot|PQ|=|x_1-x_2|=\sqrt{8-4b^2}$，

又 $P$ 点在第一象限，∴ $-1<b<1$．

∴当 $b=0$ 时，四边形 $APBQ$ 的面积取得最大值为 $2\sqrt{2}$.