尤溪一中 2018-2019 学年上学期高三理科数学周测（十四）答案解析

1. B	2. B	3. C	4. A	5. D	6. A	7. C	8. D	9. C	10.C

$[-5,1]$　　12. $\dfrac{3+\sqrt{3}}{4}$　　13. 14　　14. $\lambda<-\dfrac{4}{3}$ 或 $\lambda>0$ 且 $\lambda\neq\dfrac{1}{3}$

第 1 题答案 B

第 1 题解析

$A=\{x\mid x>1\}$，则 $C_RA=\{x\mid x\le 1\}$，又 $B=\{x\mid -1<x<2\}$，则 $(C_RA)\cap B=\{x\mid -1<x\le 1\}$.

第 2 题答案 B

第 2 题解析

设 $f(n)=2\sin\dfrac{n\pi}{2}-1$，因为 $\sin\dfrac{n\pi}{2}$ 的周期为 $\dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{2}}=4$，所以 $f(n)=2\sin\dfrac{n\pi}{2}-1$ 的周期为 $T=2$，又 $f(1)=1,f(2)=-1$，所以当 n 为奇数时，$f(n)=1$，当 n 为偶数时，$f(n)=-1$.又因为 $a_{n+1}=f(n)a_n+2n$，所以 $a_2=a_1+2$，$a_3=-a_2+4=-a_1+2$，$a_4=a_3+6=-a_1+8$，于是，$a_1+a_2+a_3+a_4=12$，同理可得 $a_5+a_6+a_7+a_7=28$，$a_9+a_{10}+a_{11}+a_{12}=44$，设 $b_n=a_{4n-3}+a_{4n-2}+a_{4n-1}+a_{4n}$，则 $\{b_n\}$ 为以 12 为首项，16 为公差的等差数列，所以数列 $\{a_n\}$ 的前 100 项和可以转化为 $\{b_n\}$ 的前 25 项和，所以 $\{a_n\}$ 的前 100 项和 $25\times 12+\dfrac{25\times 24\times 16}{2}=5100$.

第 3 题答案 C

第 3 题解析

取 AC,A_1C_1 的中点 O,O_1，以 OB 为 x 轴，OC 为 y 轴，OO_1 为 z 轴建立空间直角坐标系.

设 $M(0,-1,z_1)$，$N(\sqrt{3},0,z_2)$，$Q(0,1,z_3)$，

$\because\triangle MNQ$ 为直角三角形，$\therefore\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{NQ}=0$，即 $(\sqrt{3},1,z_2-z_1)\cdot(-\sqrt{3},1,z_3-z_2)=0$，$\therefore(z_2-z_1)(z_3-z_2)=2$，

$\therefore$斜边长 $|MQ|=\sqrt{2^2+(z_1-z_3)^2}=\sqrt{4+[(z_3-z_2)+(z_2-z_1)]^2}\ge\sqrt{4+4(z_3-z_2)(z_2-z_1)}=2\sqrt{3}$，

当且仅当 $z_2-z_1=z_3-z_2=\sqrt{2}$ 时，取等号.

第 4 题答案 A

第 4 题解析

由题意可得 $A(c,\dfrac{b^2}{a})$，由已知得 $\dfrac{3}{2}a>\dfrac{b^2}{a}$，$\therefore 3a^2>2b^2$，$\therefore 5a^2>2c^2$，$\therefore 1<e<\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

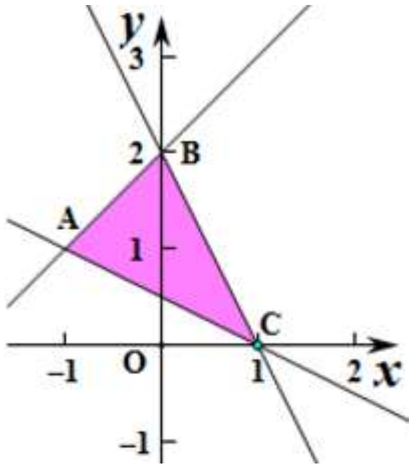
又 $|PF_1|=|PF_2|+2a$，$\therefore|PF_1|+|PQ|>\dfrac{3}{2}|F_1F_2|=3c$ 恒成立，

即 $|PF_2|+|PQ|>3c-2a$ 恒成立，

而 $|PF_2|+|PQ|\ge|QF_2|=\dfrac{3}{2}a$，$\therefore\dfrac{3}{2}a>3c-2a$，$\therefore e<\dfrac{7}{6}$.

$\therefore$双曲线离心率的取值范围为 $(1,\dfrac{7}{6})$.

第 5 题答案 D
第 5 题解析
画出不等式组表示的可行域，如图所示，



其中 $A(-1,1)$ ，$B(0,2)$ ，$C(1,0)$ ，

可见，$z=2^x+2^y$ 取得最小值的点一定在线段 AC 上，

$z=2^x+2^y=2^{1-2y}+2^y=\dfrac{2}{(2^y)^2}+\dfrac{2^y}{2}+\dfrac{2^y}{2}\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$ ，

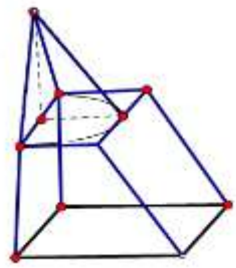
当且仅当 $x=-\dfrac{1}{3},y=\dfrac{2}{3}$ 时等号成立.

第 6 题答案 A
第 6 题解析

由函数为奇函数知结果与 m 无关，可取 $m=0$ ，则当 $x\ge 0$ 时，$f(x)=x^2+2x$ ，

$a=-3f(-3)=3f(3)=45$ ，$b=-2f(-2)=2f(2)=16$ ， $c=4f(4)=96$ ， $\therefore b<a<c$.

第 7 题答案 C
第 7 题解析



由三视图可知，该几何体上面是一个半圆锥，下面是一个直四棱柱组合而成的几何体，
且圆锥的底面圆的半径为 1，高为 2，
直四棱柱底面是一个上底为 1 下底为 2 高为 2 的直角梯形，四棱锥的高为 2，
故该几何体的体积为 $V=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\pi\times 1^2\times 2+\dfrac{1}{2}(1+2)\times 2\times 2=\dfrac{\pi}{3}+6$.

第 8 题答案 D
第 8 题解析

由题知椭圆的标准方程为 $\dfrac{x^2}{\frac{1}{m}}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{4}}=1$.

①当焦点在 x 轴时，即 $\dfrac{1}{m}>\dfrac{1}{4}$ ，此时 $c^2=\dfrac{1}{m}-\dfrac{1}{4}$ ， $\therefore\dfrac{\frac{1}{m}-\frac{1}{4}}{\frac{1}{m}}=\dfrac{1}{2}$ ，$\therefore m=2$.

②当焦点在 y 轴时，即 $\dfrac{1}{4}>\dfrac{1}{m}$ ，此时 $c^2=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{m}$ ， $\therefore\dfrac{\frac{1}{4}-\frac{1}{m}}{\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$ ，$\therefore m=8$.

第 9 题答案 C
第 9 题解析

$\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})}=\dfrac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin\alpha-\cos\alpha)}=-\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ ，所以 $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{1}{4}$.

第 10 题答案 C
第 10 题解析

由 $\bar{z}=1-2i$ ，知 $z=1+2i$ ，则有 $\dfrac{z^2+3}{z-1}=\dfrac{(1+2i)^2+3}{1+2i-1}=2$.

第 11 题答案 $[-5,1]$

第 11 题解析

由条件①知 $f(x)$ 在 R 上为减函数，由条件②知 $f(x)$ 的图象关于点 (a,b) 对称，

函数 $y=f(x-1)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称，在 R 上为减函数， 说明 $f(x)$ 的图象关于点 $(0,0)$ 对称，在 R 上为减函数，

$\therefore f(x)$ 为奇函数，$\therefore f(m^2+2n)\le -f(-n^2-2m)=f(n^2+2m)$ ，

可得 $m^2+2n\ge n^2+2m$ ，$\therefore m^2-2m\ge n^2-2n$ ，则 $(m-1)^2\ge(n-1)^2$ ，$\therefore |m-1|\ge|n-1|$ ，

$\because m>1$ ，$\therefore m>1+|n-1|$ ，

画出 $\begin{cases} m>1+|n-1| \\ 1\le m\le 4 \end{cases}$ 表示的平面区域，由图可知 $-\dfrac{1}{2}\le\dfrac{n}{m}\le 1$ ，

$\therefore \dfrac{3n-m}{m+n}=\dfrac{3\cdot\dfrac{n}{m}-1}{1+\dfrac{n}{m}}\in[-5,1]$.

第 12 题答案 $\dfrac{3+\sqrt{3}}{4}$

第 12 题解析

根据余弦定理有 $b^2+c^2-3=2bc\cos A$，代入 $(b^2+c^2-3)\tan A=\sqrt{3}bc$，

化简有 $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$，

$\because 2\cos^2\dfrac{A+B}{2}-1+\cos(A+B)=1-\cos C=(\sqrt{2}-1)\cos C$，所以 $\cos C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，即 $C=\dfrac{\pi}{4}$，根据正弦定理有 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$，代入已知数据得 $c=\sqrt{2}$，所以 $S=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}\sin\dfrac{5\pi}{12}=\dfrac{3+\sqrt{3}}{4}$.

第 13 题答案 14

第 13 题解析

①当取 $1,1,1,2$ 时，有 4 个； ②当取 $2,2,2,1$ 时，有 4 个； ③当取 $2,2,1,1$ 时，有 6 个.

$\therefore$共有 $4+4+6=14$ 个.

第 14 题答案 $\lambda<-\dfrac{4}{3}$ 或 $\lambda>0$ 且 $\lambda\ne\dfrac{1}{3}$

第 14 题解析

当 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行时，可得 $\lambda=\dfrac{1}{3}$ ；

当 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不平行时，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为锐角，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}>0$ ，

即 $3\lambda^2+4\lambda>0$ ，可得 $\lambda>0$ 或 $\lambda<-\dfrac{4}{3}$.$\therefore\lambda$ 的取值范围为 $\lambda<-\dfrac{4}{3}$ 或 $\lambda>0$ 且 $\lambda\ne\dfrac{1}{3}$.

第 15 题答案 （1）$\frac{x^2}{4}+y^2=1$；（2）1；$y=\sqrt{2}x+\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

第 15 题解析:（1）设所求椭圆方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，由题意知$c^2=a^2-b^2=3$①，

设直线与椭圆的两个交点为$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，弦AB的中点为E，

由$\begin{cases}\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1\\ \frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}=1\end{cases}$，两式相减得：$\frac{x_1^2-x_2^2}{a^2}+\frac{y_1^2-y_2^2}{b^2}=0$，

两边同除以$x_1^2-x_2^2$，得$\frac{b^2}{a^2}+\frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}=0$，即$\frac{b^2}{a^2}+k_{OE}\cdot k_{AB}=0$.

因为椭圆被直线$y=x-1$截得的弦的中点E的横坐标为$\frac{4}{5}$，所以$E(\frac{4}{5},-\frac{1}{5})$，

所以$k_{OE}=-\frac{1}{4}$，$k_{AB}=1$，所以$\frac{b^2}{a^2}-\frac{1}{4}=0$，即$a^2=4b^2$②，

由①②可得$a^2=4,b^2=1$，所以所求椭圆的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

（2）设$P(x_3,y_3),Q(x_4,y_4)$，PQ的中点为$N(x_0,y_0)$，

联立$\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，消$y$可得：$(1+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-4=0$，

此时$\Delta=16(4k^2+1-m^2)>0$，即$4k^2+1>m^2$③，又$x_0=\frac{x_3+x_4}{2}=\frac{-4km}{1+4k^2}$，$y_0=\frac{y_3+y_4}{2}=\frac{m}{1+4k^2}$，

PQ为对角线的菱形的一顶点为$M(-1,0)$，由题意可知$MN\perp PQ$，

即$\frac{y_0-0}{x_0-(-1)}=-\frac{1}{k}$，整理可得：$3km=1+4k^2$④，

由③④可得$k^2>\frac{1}{5}$，$\because m>0$，$\therefore k>0$，$\therefore k>\frac{\sqrt{5}}{5}$，

设O到直线l的距离为d，则

$S_{\Delta OPQ}=\frac{1}{2}d\cdot|PQ|=\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{\sqrt{1+k^2}}\frac{\sqrt{1+k^2}\sqrt{16(4k^2+1-m^2)}}{1+4k^2}=\frac{2\sqrt{(4k^2+1)(5k^2-1)}}{9k^2}=\frac{2}{9}\sqrt{20+\frac{1}{k^2}-\frac{1}{k^4}}$，

当$\frac{1}{k^2}=\frac{1}{2}$时，$\Delta OPQ$的面积取最大值$1$，此时$k=\sqrt{2}$，$m=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ $\therefore$直线方程为$y=\sqrt{2}x+\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

第 16 题答案

（1）$\begin{cases}x=-\sqrt{3}+\sqrt{3}\cos\alpha\\ y=\sqrt{3}\sin\alpha\end{cases}$ （α 为参数且 $\alpha\in\left[\pi,2\pi\right]$）；

（2）$3-\sqrt{3}$ ；$P(-\sqrt{3}-\dfrac{3}{2},-\dfrac{\sqrt{3}}{2})$

第 16 题解析

（1）曲线 $C:\rho=-2\sqrt{3}\cos\theta$ 可化为 $\rho^2+2\sqrt{3}\rho\cos\theta=0$ ，

由 $x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$ 得：$x^2+y^2+2\sqrt{3}x=0$ ，

$\because\theta\in[\pi,\dfrac{3}{2}\pi]$ ，$\therefore x\le 0,y\le 0$ ，

从而曲线的直角坐标方程为 $(x+\sqrt{3})^2+y^2=3(y\le 0)$ ，

再化为参数方程为 $\begin{cases}x=-\sqrt{3}+\sqrt{3}\cos\alpha\\ y=\sqrt{3}\sin\alpha\end{cases}$ （α 为参数且 $\alpha\in\left[\pi,2\pi\right]$）.

（2）设 $P(-\sqrt{3}+\sqrt{3}\cos\alpha,\sqrt{3}\sin\alpha),\alpha\in\left[\pi,2\pi\right]$ ，

则点 P 到直线 l 的距离 $d=\dfrac{\left|\sqrt{3}(-\sqrt{3}+\sqrt{3}\cos\alpha)+\sqrt{3}\sin\alpha+9\right|}{2}=\dfrac{\left|2\sqrt{3}\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{3})+6\right|}{2}$ ，

又 $\alpha\in\left[\pi,2\pi\right]$ ，$\therefore$当 $\alpha=\dfrac{7}{6}\pi$ 时，点 P 的坐标为 $(-\sqrt{3}-\dfrac{3}{2},-\dfrac{\sqrt{3}}{2})$ ，

点 P 到直线 l 的距离的最小值为 $3-\sqrt{3}$.