



2018-2019 学年第一学期阶段性考试高二数学 (文科) 试题 2

时间:120 分钟

满分:150 分

命题人:陈绍朗

审核人:高二文科数学备课组

一、选择题 (每小题 5 分, 共 12 小题 60 分)

1、下列是特称命题且是真命题的是()

A. $\forall x \in R, x^2 > 0$

B. $\exists x_0 \in Z, x_0^2 > 2$

C. $\forall x \in N, x^2 \in N$

D. $\exists x, y \in R, x^2 + y^2 < 0$

2、用随机数表法从 100 名学生(男生 20 人)中抽选 25 人进行评比,某男生被抽到的概率是()

A. $\frac{1}{100}$

B. $\frac{1}{25}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{1}{4}$

3、双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程是()

A. $y = \pm \frac{3}{4}x$

B. $y = \pm \frac{4}{3}x$

C. $y = \pm \frac{9}{16}x$

D. $y = \pm \frac{16}{9}x$

4、袋内分别有黑、白球 3、4 个,从中任取 3 个,则互斥而不对立的两个事件是()

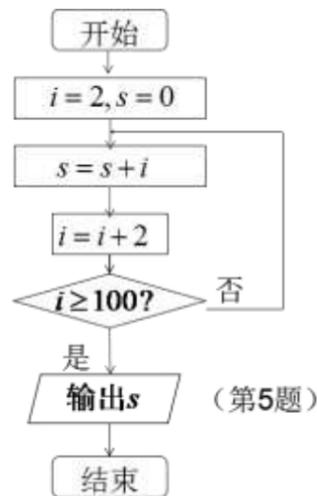
A. 至少有一个白球;都是白球

B. 至少有一个白球;至少有一个黑球

C. 至少有 2 个白球;恰有两个黑球

D. 恰有一个白球;1 个白球 2 个黑球

5、执行如图程序框图,该框图中循环体执行的次数是()



A.50

B.100

C.49

D.98

6、已知点 $A(-2,3)$ 在抛物线 $C: y^2 = 2px$ 准线上,记 C 的焦点为 F ,则直线 AF 的斜率为()

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

7、一个路口的红绿灯,红灯的时间为 30 秒,黄灯的时间为 5 秒,绿灯的时间为 40 秒,当你到达路口时,看见的不是红灯的概率是()

A. $\frac{8}{15}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{1}{15}$

8、如果在一次实验中,测得 (x, y) 的四组数值分别 $A(1, 3), B(2, 3.8), C(3, 5.2), D(4, 6)$, 则 y 与 x 之间的回归直线方程是()

A. $\hat{y} = x + 1.9$

B. $\hat{y} = 0.95x + 1.04$

C. $\hat{y} = 1.04x + 1.9$

D. $\hat{y} = 1.05x - 0.9$

9、设斜率为 2 的直线 l 过抛物线 $y^2 = ax (a \neq 0)$ 的焦点 F 且和 y 轴交于点 A ,若 $\triangle OAF$ (O 为坐标原点)的面积为 1,则抛物线方程为()

A. $y^2 = \pm 4x$

B. $y^2 = \pm 8x$

C. $y^2 = 4x$

D. $y^2 = 8x$

10、已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{a}{x}$,若 $f(x) < x^2$ 在 $(1, +\infty)$ 上恒成立,则 a 的取值范围为()

A. $[1, +\infty)$

B. $(1, +\infty)$

C. $(-1, +\infty)$

D. $[-1, +\infty)$

11、设 F_1 和 F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右两焦点, P 为双曲线右支上一点,且满足 $|PF_2| = |F_1F_2|$,直线 PF_1 与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 相切,则双曲线的离心率为()

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{5}{3}$

D.3

12、已知 $y = f(x)$ 是奇函数,当 $x \in (0, 2)$ 时, $f(x) = \ln x - ax (a > \frac{1}{2})$,当 $x \in (-2, 0)$ 时, $f(x)$ 的最小值为 2,则 a 的值等于()

A. e

B. 1

C. $\frac{2}{e}$

D. 2

二、填空题(每小题 5 分,共 4 小题 20 分)

13、命题“ a, b 都是奇数,则 ab 是奇数”的逆否命题是_____.

14、设 P 为曲线 $C: y = x^2 - x + 1$ 上一点,曲线 C 在点 P 处的切线的斜率的范围是 $[-1, 3]$,则点 P 纵坐标的取值范围是_____.

15、现有下列命题:

①命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ”的否定是“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 < 0$ ”;

②若 $A = \{x | x > 0\}, B = \{x | x \leq -1\}$, 则 $(C_{\mathbf{R}}A) \cap B = B$;

③函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0)$ 是奇函数的充要条件是 $\varphi = 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$;

④若非零向量 a, b 满足 $a = \lambda b, b = \lambda a (\lambda \in \mathbf{R})$, 则 $\lambda = +1$.

其中正确命题的序号有_____.(把所有真命题的序号都填上)

16、已知 P 是椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 上的任一点, Q 是与椭圆共焦点且实轴长为 1 的双曲线上任一点,从焦点 F_1 引 $\angle F_1 Q F_2$ 的角平分线的垂线,垂足为 M , 则 P, M 两点间的最大距离为_____.

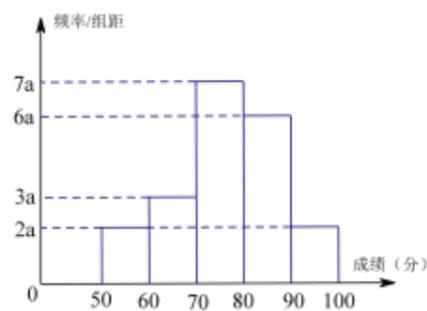
三、解答题(第 17 题 10 分,第 18 题 10 分,第 19 题 12 分,第 20 题 12 分,第 21 题 13 分,第 22 题 13 分,共 6 小题 70 分)

17、设命题 P : 实数 x 满足 $\frac{1}{2} < 2^x < 4$, 命题 Q : 实数 x 满足 $\log_3 x < a$

(I) 若 $a = 1$ 且 $P \wedge Q$ 为真, 求实数 x 的取值范围;

(II) 若 $\neg P$ 是 $\neg Q$ 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

18、为了解三明市 XX 中学高二文科学生的数学水平, 从该中学高二文科学生中随机抽取了 20 名学生的期中考数学成绩, 成绩(单位: 分; 满分: 100 分) 的频率分布直方图如下:



(I) 求频率分布直方图中 a 值, 并由这 20 名学生成绩估计该中学数学期中考的平均成绩;

(II) 现年段长从成绩在 70 分以下(不含 70 分) 的学生中选 2 人谈话, 求恰有 1 人成绩在区间 $[60, 70)$ 内的概率.

19、已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{a}{2}x^2 + 3x + b$ 在 $x = 3$ 处取得极小值 3, 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左右焦点分别为

F_1, F_2 , 以 $F_1 F_2$ 为直径的圆与渐近线交于第一象限点 P

(I) 求双曲线 C 的标准方程.

(II) 求 $\Delta P F_1 F_2$ 的面积.

20、通过市场调查, 得到某产品的广告投入 x (万元) 与获得的利润 y (万元) 的数据, 如表所示:

资金投入 x	2	3	4	5	6	
利润 y	4	5.4	6	6.6	7	
\bar{x}	\bar{y}	\bar{w}	$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^5 (w_i - \bar{w})^2$	$\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^5 (w_i - \bar{w})(y_i - \bar{y})$
4	5.8	1.9	10	1.56	7.8	3.9

表中 $w_i = \log_2 x_i, \bar{w} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 w_i$

(I) 画出数据对应的散点图; 并根据散点图判断, $y = a + b \cdot 2^x$ 与 $y = c + d \log_2 x$ 中哪一个适宜作为利润 y 关于广告费

x 的回归方程类型? (给出判断即可, 不必说明理由)

(II) 根据 (I) 的判断结果及表中数据, 建立 y 关于 x 的回归方程; 并预测投入 8 万元时获得的利润.

附: 对于一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$, 其回归直线 $v = \beta u + \alpha$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}; \hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta} \bar{u}$$

21、已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 短轴长为 2, 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(I) 求椭圆的标准方程;

(II) 过点 F_1 的直线 l 与该椭圆交于 M, N 两点, 且 $|\overrightarrow{F_2 M} + \overrightarrow{F_2 N}| = \frac{2\sqrt{26}}{3}$, 求直线 l 的方程.

22、已知函数 $f(x) = x + \frac{a}{e^x} (a \in \mathbf{R}, e$ 为自然对数的底数).

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线平行于 $y = 3$, 求 a 的值及函数极值;

(II) 当 $a = 1$ 时, 若曲线 $y = f(x)$ 图像都在直线 $l: y = kx$ 上方, 求 k 的取值范围