

尤溪一中 2018-2019 学年上学期高三理科数学周测 (十三) 答案解析

1. A	2. B	3. A	4. C	5. C	6. C	7. C	8. A	9. B	10. B
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

11. 7 12. $(-\infty, 0]$ 13. 30° 14. $\frac{9}{2}$

第 1 题答案 A

第 1 题解析

因为函数 $f(x)$ 是奇函数, 又因为当 $x > 0$ 时, $f(x) = a^x (a > 0$ 且 $a \neq 1)$, 所以

$f(\log_{\frac{1}{2}} 4) = -f(\log_2 4) = -a^{\log_2 4} = -3$, 即 $a = \sqrt{3}$ 故选 A.

第 2 题答案 B

第 2 题解析: 依题椭圆上, 距离最大值为 $2a - 8 > a - 4$, 则 $k = 16$.

第 3 题答案 A

第 3 题解析

设双曲线方程为 $\frac{x^2}{2} - y^2 = m$, 代入点 $(2, -2)$ 坐标得: $\frac{4}{2} - 4 = m = -2$, 故双曲线的方程为: $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{4} = 1$.

第 4 题答案 C

第 4 题解析

$\because a + b = 5, a \cdot b = 6, S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C = \frac{3\sqrt{3}}{2}, \therefore \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore \cos C = \frac{1}{2}$ 或 $\cos C = -\frac{1}{2}$,

$\therefore c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = (a + b)^2 - 2ab - 2ab \cos C$.

当 $\cos C = \frac{1}{2}$ 时, $C = \sqrt{7}$; 当 $\cos C = -\frac{1}{2}$ 时, $C = \sqrt{19}$ 故选 C.

第 5 题答案 C

第 5 题解析

角 α 的顶点是原点 O , 始边在 x 轴的非负半轴上, 终边在射线 $y = -\frac{3}{4}x (x \leq 0)$ 上, 则 $\cos \alpha = \frac{4}{5}, \sin \alpha = \frac{3}{5}$,

$\cos \alpha (\cos \alpha + \tan \alpha) + \sin^2 \alpha = 1 + \sin \alpha = \frac{8}{5}$, 故选 C.

第 6 题答案 C

第 6 题解析

由题意知, 短轴顶点离圆上的点距离最近, 所以 $c < b \Rightarrow c^2 < b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow c^2 < \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < c < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

第 7 题答案 C

第 7 题解析: 依题意可得球的直径为是边长为 2 的对角线, 即为 $2\sqrt{2}$, 所以球的半径为 $\sqrt{2}$. 所以球的表面积为 8π 故选 C.

第 8 题答案 A

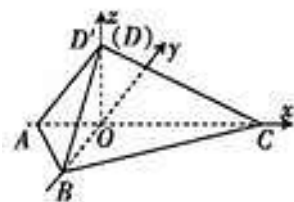
第 8 题解析

如图, 在原来平面直角坐标系 xOy 的基础上, 以 OD' 所在直线为 z 轴, 建立空间直角坐标系. 则根据题意, 可求各点的坐标为

$A(-2, 0, 0), B(0, -2\sqrt{3}, 0), C(6, 0, 0), D'(0, 0, 2\sqrt{3})$

$\therefore \overrightarrow{AD'} = (2, 0, 2\sqrt{3}), \overrightarrow{BC} = (6, 2\sqrt{3}, 0)$

$\cos \langle \overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{BC} \rangle = \frac{(2, 0, 2\sqrt{3}) \cdot (6, 2\sqrt{3}, 0)}{\sqrt{1+12} \cdot \sqrt{36+12}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$



第9题答案 B

第9题解析

$\frac{1}{2} < \left(\frac{1}{2}\right)^b < \left(\frac{1}{2}\right)^a < 1$, 所以 $0 < a < b < 1$, $a^b < a^a < b^a$, 故选 B.

第10题答案 B

第10题解析

设 $F(x) = \frac{f(x)}{x}$, 因为 $f(x)$ 是 R 上的奇函数, 则 $F(x)$ 是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的偶函数, 且 $F(2) = \frac{f(2)}{2} = 0$,

又因为当 $x > 0$ 时, $F'(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} < 0$, 所以 $F(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调递减的,

根据题意画出 $y = F(x)$ 的草图, 解得当 $x < -2$ 和 $0 < x < 2$ 时, $f(x) > 0$;

当 $-2 < x < 0$ 和 $x > 2$ 时, $f(x) < 0$;

则不等式 $x^2 \cdot f(x) > 0$ 的解为: $x < -2$ 或 $0 < x < 2$, 故选择 B.

第11题答案 $\frac{24}{7}$

第11题解析

由 $a \perp b$, 得 $3\cos\alpha - 4\sin\alpha = 0$, $\therefore \tan\alpha = \frac{3}{4}$, 故 $\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} = \frac{2 \times \frac{3}{4}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{24}{7}$

第12题答案 $(-\infty, 0]$

第12题解析

令 $2^x - 1 = 0$, $x = 0$, 当 $x \leq 0$ 时, 函数 $y = 1 - 2^x$, 是单调减函数;

当 $x > 0$ 时, 函数 $y = 2^x - 1$, 是单调增函数, 所以函数的增区间是 $(0, +\infty)$, 减区间是 $(-\infty, 0]$.

因为函数 $y = |2^x - 1|$, 在 $(-\infty, m]$ 上单调递减, 所以 m 的取值范围是 $m \leq 0$; 故答案为 $(-\infty, 0]$.

第13题答案 30°

第13题解析

\because 点 D 是 BC 边的中点, $\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,

$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$,

$\therefore \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AB}^2) = \frac{1}{2}(b^2 - c^2)$,

$\therefore a^2 + c^2 - b^2 = \sqrt{3}ac$,

$\therefore \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore B = 30^\circ$.

第14题答案 $\frac{9}{2}$

第14题解析

由 $(b - e \ln a)^2 - (c - d + 3)^2 = 0$, 则 $b = e \ln a$, $d = c + 3$, 所以

$(a - c)^2 + (b - d)^2 = (a - c)^2 + (e \ln a - c - 3)^2$, 设 $P(a, e \ln a)$, $Q(c, c + 3)$, 所以 $(a - c)^2 + (b - d)^2$

可以看成 $P(a, e \ln a)$, $Q(c, c + 3)$ 两点距离的平方, 而 P 点在函数 $y = e \ln x$ 上, Q 点在函数 $y = x + 3$, 故

$(a - c)^2 + (b - d)^2$ 即可看成函数 $y = e \ln x$ 和函数 $y = x + 3$ 上最短距离平方. $y' = \frac{e}{x}$, 令 $y' = \frac{e}{x} = 1$ 解得

$x = e$, 则 $y = e \ln x$ 上 (e, e) 处的切线方程为 $y = x$, 所以 $y = x$ 与 $y = x + 3$ 的距离为函数 $y = e \ln x$ 和函数

$y = x + 3$ 上最短距离, 即 $d^2 = \left(\frac{|3|}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{2}$, 所以 $(a - c)^2 + (b - d)^2$ 的最小值为 $\frac{9}{2}$.

第 15 题答案

(1) 343.2; (2) 不会产生副作用.

第 15 题解析

(1) 设人第 n 次服药后, 药在体内的残留为 a_n 毫克,

则 $a_1 = 220, a_2 = 220 + a_1 \times (1 - 60\%) = 220 \times 1.1, a_3 = 220 + a_2 \times (1 - 60\%) = 343.2$;

(2) 由 $a_n = 220 + 0.4a_{n-1} (n > 2)$,

可得 $a_n - \frac{1100}{3} = 0.4 \left(a_{n-1} - \frac{1100}{3} \right) (n \geq 2)$,

$\therefore \left\{ a_n - \frac{1100}{3} \right\}$ 是一个以数 $a_1 - \frac{1100}{3}$ 为首项, 0.4 为公比的等比数列,

$\therefore a_n - \frac{1100}{3} = \left(a_1 - \frac{1100}{3} \right) \cdot 0.4^{n-1} < 0$,

$\therefore a_n < \frac{1100}{3} < 386$, 不会产生副作用.

第 16 题答案

(1) 1

(2) 见详解

第 16 题解析

(1) 因为 $f(1) = g(1) = 0$, 所以 $(1, 0)$ 在函数 $f(x), g(x)$ 的图象上

又 $f'(x) = x, g'(x) = \frac{a}{x}$, 所以 $f'(1) = 1, g'(1) = a$, 所以 $a = 1$;

(2) 因为 $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} - m \ln x$, 其定义域为 $\{x | x > 0\}$. $F'(x) = x - \frac{m}{x} = \frac{x^2 - m}{x}$,

当 $m < 0$ 时, $F'(x) = x - \frac{m}{x} = \frac{x^2 - m}{x} > 0$, 所以 $F(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增

所以 $F(x)$ 在 $[1, e]$ 上最小值为 $F(1) = 0$;

当 $m > 0$ 时, 令 $F'(x) = x - \frac{m}{x} = \frac{x^2 - m}{x} = 0$, 得到 $x_1 = \sqrt{m} > 0, x_2 = -\sqrt{m} < 0$ (舍);

当 $\sqrt{m} \leq 1$ 时, 即 $0 < m \leq 1$ 时, $F'(x) > 0$ 对 $(1, e)$ 恒成立, 所以 $F(x)$ 在 $[1, e]$ 上单调递增, 其最小值为 $F(1) = 0$;

当 $\sqrt{m} \geq e$ 时, 即 $m \geq e^2$ 时, $F'(x) < 0$ 对 $(1, e)$ 成立,

所以 $F(x)$ 在 $[1, e]$ 上单调递减, 其最小值为 $F(e) = \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{2} - m$;

当 $1 < \sqrt{m} < e$, 即 $1 < m < e^2$ 时, $F'(x) < 0$ 对 $(1, \sqrt{m})$ 成立, $F'(x) > 0$ 对 (\sqrt{m}, e) 成立,

所以 $F(x)$ 在 $(1, \sqrt{m})$ 单调递减, 在 (\sqrt{m}, e) 上单调递增其最小值为

$F(\sqrt{m}) = \frac{1}{2}m - \frac{1}{2} - m \ln \sqrt{m} = \frac{1}{2}m - \frac{1}{2} - \frac{m}{2} \ln m$;

综上, 当 $m < 1$ 时, $F(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最小值为 $F(1) = 0$;

当 $1 < m < e^2$ 时, $F(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最小值为 $F(\sqrt{m}) = \frac{1}{2}m - \frac{1}{2} - \frac{m}{2} \ln m$;

当 $m > e^2$ 时, $F(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最小值为 $F(e) = \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{2} - m$.