



尤溪一中 2018-2019 学年上学期第二次月考高三数学(文)试卷

时间:120 分钟

满分:150 分

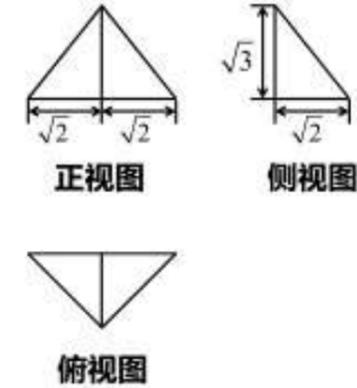
命题人:池晓燕

审核人:林福济

一、选择题(每小题 5 分,共 12 小题 60 分)

- 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $N = \{x | y = \sqrt{x-3}\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 A. \emptyset B. $\{4\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{1, 2\}$
- 已知复数 $z = \frac{5}{2-i}$ (其中 i 为虚数单位), 则 z 的共轭复数的虚部为()
 A. 1 B. i C. -1 D. $-i$
- 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 且椭圆 C 的长轴长与焦距之和为 6, 则椭圆 C 的标准方程为 ()
 A. $\frac{4x^2}{25} + \frac{y^2}{6} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ C. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$
- 已知曲线 $y = x^3 + 2x$ 在点 $(1, 3)$ 处的切线与直线 $ax - y + 2019 = 0$ 垂直, 则实数 a 的值为()
 A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$
- 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = 2A_1B_1 = 2B_1C_1$, 且 $AB \perp BC$, 点 M 是 A_1C_1 的中点, 则异面直线 AB 与 AA_1 所成角的余弦值为()
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{1}{2}$
- 设命题 p : 将函数 $y = \cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位得到函数 $y = \cos(2x - \frac{\pi}{5})$ 的图象; 命题 q : 若 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{\cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha}{\sin 2\alpha} = -\frac{7}{4}$, 则下列命题为真命题的是()
 A. $p \wedge q$ B. $p \vee (\neg q)$ C. $(\neg p) \wedge q$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$
- 设函数 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$, $g(x) = 6\sin^2 \frac{x}{2} + \cos x$, 若直线 $x = x_1, x = x_2$ 分别是曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 的对称轴, 则 $f(x_1 - x_2) =$ ()
 A. 2 B. 0 C. -2 D. ± 1

8、已知几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ()



- 已知几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ()
 A. $4 - \sqrt{6}$ B. $6 + \sqrt{6}$ C. $2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$ D. $2 + 2\sqrt{3} + \sqrt{6}$
- P 为抛物线 $x^2 = -4y$ 上一点, $A(1, 0)$, 则 P 到此抛物线的准线的距离与 P 到点 A 的距离之和的最小值为 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\sqrt{2}$
- 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_7 = a_5 + 2a_3$, 若存在两项 a_m, a_n 使得 $\sqrt{a_m a_n} = 4a_1$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{5}{n}$ 的最小值为 ()
 A. $1 + \frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{7}{4}$ C. 2 D. $\frac{11}{4}$
- 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 2, 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 A 在双曲线 C 上, 若 $\triangle AF_1F_2$ 的周长为 $10a$, 则 $|F_1A| \cdot |F_2A| =$ ()
 A. $4a^2$ B. $8a^2$ C. $10a^2$ D. $16a^2$
- 对于函数 $y = f(x)$, 若存在 x_0 使 $f(x_0) + f(-x_0) = 0$, 则称点 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $f(x)$ 的“优美点”. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x < 0, \\ -x + 2, & x \geq 0, \end{cases}$ 则曲线 $f(x)$ 的“优美点”个数为 ()
 A. 1 B. 2 C. 4 D. 6

二、填空题(每小题 5 分,共 4 小题 20 分)

13、已知向量 $\vec{a}=(1,2), \vec{b}=(2,m)$,若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$,则 $\vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 =$ _____.

14、已知实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x-y \geq -2 \\ x+y \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$,则 $z=2x-3y$ 的最小值为_____.

15、在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且满足 $\sin A \sin B + \sin^2 C = \sin^2 A + \sin^2 B$.若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$,则 $ab =$ _____.

16、已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 AA_1 的中点为 E, AC 与 BD 交于点 O ,平面 α 过点 E ,且与直线 OC_1 垂直,若 $AB=1$,则平面 α 截该正方体所得截面图形的面积为_____.

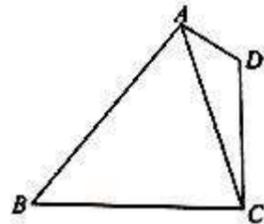
三、解答题(每小题 12 分,共 5 小题 60 分)

17、已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 $S_n = n^2 + 4n (n \in \mathbf{N}^*)$, 数列 $\{b_n\}$ 为等比数列, 首项 $b_1 = 2$, 公比为 $q (q > 0)$ 且满足 $b_2, b_3 + 4q, b_4$ 为等差数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n = \frac{3(a_n - 3)b_n}{1}$, 记数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_n .

18、如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD=1, CD=2, AC=\sqrt{7}$.



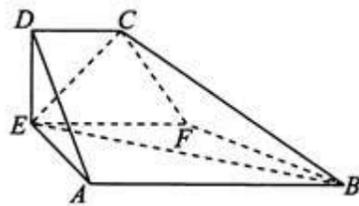
(1) 求 $\cos \angle CAD$ 的值;

(2) 若 $\cos \angle BAD = \frac{\sqrt{7}}{11}, \sin \angle CBA = \frac{\sqrt{21}}{6}$, 求 BC 的长.

19、在如图所示的多面体 $EF-ABCD$ 中, $AB \parallel CD \parallel EF, EF \perp$ 平面 $ADE, BE \perp DE$.

(1) 求证: $AE \perp$ 平面 $EFCD$;

(2) 若 $EF=2, AE=DE=1$, 求三棱锥 $F-BCE$ 的体积.



20、已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点 P 在圆 $C: x^2 + (y+2)^2 = 9$ 上, 且椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 若过圆 C 的圆心是直线 l 与椭圆 E 交于 A, B 两点, 且 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 1$, 求直线 l 的方程.

21、已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + mx + 1}{e^x} (m \geq 0)$, 其中 e 为自然对数的底数.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 $m \in (1, 2)$, 证明: 当 $x_1, x_2 \in [1, m]$ 时, $f(x_1) > -x_2 + 1 + \frac{1}{e}$.

四、本题共 2 道小题, 每小题 10.0 分, 选择其中 1 题作答.

22 (A)、在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos \alpha \\ y = 2 + 2 \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$, 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴

为极轴建立极坐标系, 圆 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2} \cos(\theta + \frac{\pi}{4})$.

(1) 求圆 C_1 的普通方程和圆 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若圆 C_1 与圆 C_2 相交于 A, B 两点, 求弦 AB 的长.

22 (B)、已知函数 $f(x) = |2x+1| + 2|x-3|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 7x$ 的解集;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = |m|$ 存在实数解, 求实数 m 的取值范围.