



2018-2019 学年高二数学 (理) 上学期第二次月考

时间:120 分钟

满分:150 分

命题人:陈祥湾

审核人:蒋秀金

一、选择题(每小题 5 分,共 12 小题 60 分)

1. 设集合 $M = \{1, 2\}$, $N = \{a^2\}$, 则 “ $a = 1$ ” 是 “ $N \subset M$ ” 的 ()
 A.充分不必要条件 B.必要不充分条件 C.充分必要条件 D.既不充分又不必要条件

2. 已知命题 P : 任意 $x \in R, x^2 > 0$, Q : 存在 $x \in R, x^2 - 1 = 0$. 则下列说法错误的是 ()
 A. \bar{P} 或 Q 为真 B. \bar{P} 且 \bar{Q} 为假 C. 非 \bar{P} 为真 D. 非 \bar{Q} 为真

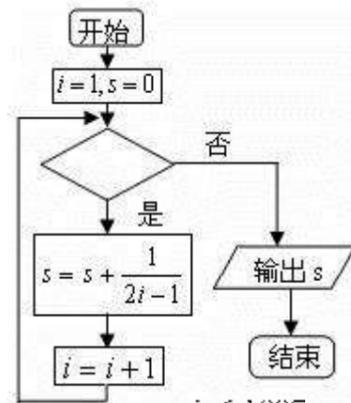
3. 下表提供了某厂节能降耗技术改造后生产某产品过程中记录的产量 x (吨) 与相应的生产能耗 y (吨) 的几组对应数据. 根据表中提供的数据, 求出 y 关于 x 的线性回归方程是 $y = 0.7x + 0.35$, 那么表中 t 的值是 ()

x	3	4	5	6
y	2.5	t	4	4.5

A. 4.5 B. 4 C. 3 D. 3.15

4. 已知抛物线的顶点在原点, 焦点在 y 轴上, 其上的点 $P(m, -3)$ 到焦点的距离为 5, 则抛物线方程是 ()
 A. $x^2 = 8y$ B. $x^2 = 4y$ C. $x^2 = -4y$ D. $x^2 = -8y$

5. 如图给出的是计算 $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2013}$ 的值的一个程序框图, 则判断框内应填入的条件是 ()



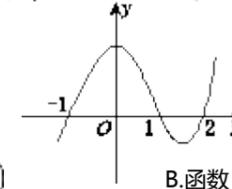
A. $i < 1006$ B. $i > 1006$ C. $i < 1007$ D. $i > 1007$

6. 在如右图所示的茎叶图中, 甲、乙两组数据的中位数分别是 ()

甲	乙
8 2	9
9 1 3	4 5
2 5 4	8 2 6
7 8 5 5	3 5
6 6	7

A. 45, 46 B. 43, 44 C. 45, 42 D. 42, 42

7. 设函数 $f(x)$ 在 R 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 且函数 $y = (2-x)f'(x)$ 的图像如图所示, 则下列结论中一定成立的是 ()

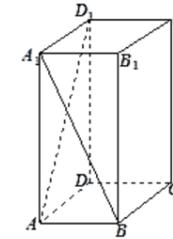


A. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(1)$ 和极小值 $f(-1)$ B. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(1)$ 和极小值 $f(2)$
 C. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(2)$ 和极小值 $f(1)$ D. 函数 $f(x)$ 有极大值 $f(-1)$ 和极小值 $f(2)$

8. 某人 5 次上班途中所花的时间(单位: 分钟)分别是为 $x, y, 10, 11, 9$. 已知这组数据的平均数为 10, 方差为 2, 则 $|x - y|$ 的值为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 如图, 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB$, 则异面直线 A_1B 与 AD_1 所成角的余弦值为 ()



A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

10. 若当 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + 3\Delta x)}{2\Delta x} = 1$, 则 $f'(x_0)$ 等于 ()

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

11. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, 从顶点 C 出发, 在 $\angle ACB$ 内等可能地引射线 CD 交线段 AB 于点 D , 则 $S_{\triangle ACD} \leq \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ 的概率是 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

12. 点 $P(x, y)$ 是曲线 $C: y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 上的动点, 曲线 C 在点 P 处的切线与 x, y 轴分别交于 A, B 两点, 点 O 是坐标原点. 给出三个结论:

- ① $|PA| = |PB|$;
- ② $\triangle OAB$ 的周长有最小值 $4 + 2\sqrt{2}$;
- ③ 曲线 C 上存在两点 M, N , 使得 $\triangle OMN$ 为等腰直角三角形.

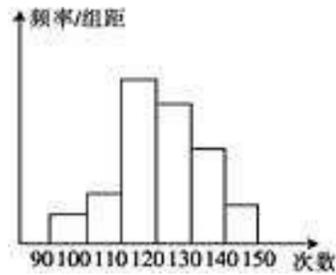
其中正确结论的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

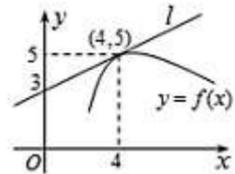
二、填空题(每小题 5 分,共 4 小题 20 分)

13. 已知点 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 1, 0), (-1, 0, 1), (2, 1, 1)$, 点 F 的坐标为 $(x, 0, z)$, 若 $\vec{PA} \perp \vec{AB}$, $\vec{PA} \perp \vec{AC}$, 则点 F 的坐标为_____.

14. 为了了解高一学生的体能情况,某校抽取部分学生进行一分钟跳绳次数测试,将所得数据整理后,画出频率分布直方图(如图),图中从左到右各小长方形面积之比为 $2:4:17:15:9:3$.若次数在 110 以上(含 110 次)为达标,试估计该校全体高一学生的达标率是_____.



15. 如图, $y = f(x)$ 是可导函数, 直线 l 是曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 4$ 处的切线, 令 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$, 则 $g'(4) =$ _____.



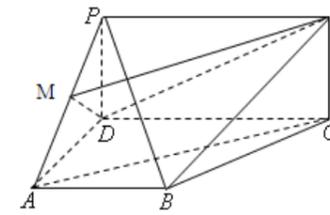
16. 已知有公共焦点的椭圆与双曲线的中心为原点, 焦点在 x 轴上, 左右焦点分别为 F_1, F_2 , 且它们在第一象限的交点为 P , $\triangle PF_1F_2$ 是以 $|PF_1|$ 为底边的等腰三角形. 若 $|PF_1| = 10$, 双曲线的离心率的取值范围为 $(1, 2)$. 则该椭圆的离心率的取值范围是_____.

三、解答题(第 17 题 10 分,第 18 题 12 分,第 19 题 12 分,第 20 题 12 分,第 21 题 12 分,第 22 题 12 分,共 6 小题 70 分)

17. 已知 $m > 0, p: (x+2)(x-6) < 0, q: 2-m \leq x \leq 2+m$.
 (1) 若 p 是 q 的充分条件, 求实数 m 的取值范围;
 (2) 若 $m = 5$, " p 或 q " 为真命题, " p 且 q " 为假命题, 求实数 x 的取值范围.

18. 已知函数 $f(x) = -x^2 + ax - b$.
 (1) 若 a, b 都是从 $0, 1, 2, 3, 4$ 五个数中任取的一个数, 求上述函数有零点的概率;
 (2) 若 a, b 都是从区间 $[0, 4]$ 内任取的一个数, 求 $f(1) > 0$ 成立时的概率.

19. 如图, $PDCE$ 为矩形, $ABCD$ 为梯形, 平面 $PDCE \perp$ 平面 $ABCD, \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ, AB = AD = \frac{1}{2}CD = 1, PD = \sqrt{2}$.



(1) 若 M 为 PA 的中点, 求证: $AC \parallel$ 平面 MDE .
 (2) 求平面 PAE 与 PBC 所成锐二面角的大小.

20. 已知函数 $f(x) = x^3 - ax - 2$ 在 $x = 1$ 处达到极值,
 (1) 求 a 的值;
 (2) 若 $f(x) \leq x^2 - 2x - b$ 对 $x \in [0, 2]$ 恒成立, 求 b 的取值范围.

21. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $M(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 其离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 经过点 $(0, \sqrt{2})$, 斜率为 k 的直线 l 与椭圆 C 相交于 P, Q 两点.

(1) 求椭圆 C 的方程;
 (2) 求 k 的取值范围;
 (3) 设椭圆 C 与 x 轴正半轴、 y 轴正半轴分别相交于 A, B 两点, 则是否存在常数 k , 使得向量 $\vec{OP} \parallel \vec{OQ}$ 与 \vec{AB} 共线, 如果存在, 求 k 值; 如果不存在, 请说明理由.

22. 设函数 $f(x) = \ln x - ax^2 + ax, a$ 为正实数.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
 (2) 求证: $f(\frac{1}{a}) \leq 0$;
 (3) 若函数 $f(x)$ 有且只有 1 个零点, 求 a 的值.