尤溪一中 2018-2019 学年上学期高三理科数学周测（八）答案解析

第 1 题答案 B

第 1 题解析: 根据题意,在极坐标系中,两点 $P(2,\frac{\pi}{3})$,$Q(2\sqrt{3},\frac{5\pi}{6})$, 则在直角坐标系下,其坐标 $P(1,\sqrt{3})$,$Q(-3,\sqrt{3})$,

则 PQ 的中点的坐标为$(-1,\sqrt{3})$, 其极坐标是$(2,\frac{2\pi}{3})$, 故选:B

第 2 题答案 D

第 2 题解析: ∵圆$\sqrt{2}\rho=4\sin(\theta+\frac{\pi}{4})$,∴$\rho^2=\rho\sin\theta+\rho\cos\theta$,

∴圆的直角坐标方程为 $x^2+y^2-x-y=0$, 圆心为$(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$,半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{1+1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

∵直线$\begin{cases}x=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$(t 为参数), ∴直线的普通方程为 $x+y-1=0$,

圆心$(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$到直线的距离 $d=\frac{|\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1|}{\sqrt{2}}=0$, ∴圆与直线相交或过圆心.故选:C

第 3 题答案 A

第 3 题解析：

∵曲线$\begin{cases}x=1+t\\ y=-t\end{cases}$$(-1\le t\le 0)$, ∴$x+y=1,x\in[0,1],y\in[0,1]$,

∴曲线$\begin{cases}x=1+t\\ y=-t\end{cases}$$(-1\le t\le 0)$的极坐标方程为 $\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=1,\theta\in[0,\frac{\pi}{2}]$,

∴曲线$\begin{cases}x=1+t\\ y=-t\end{cases}$$(-1\le t\le 0)$的极坐标方程为 $\rho=\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta},0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$. 故选:A

第 4 题答案 C

第 4 题解析: ∵方程 $\rho=\frac{1}{1-\cos\theta+\sin\theta}$, ∴由题设知 $\rho-\rho\cos\theta+\rho\sin\theta=1$,

∴$\sqrt{x^2+y^2}=1+x-y$, ∴$x^2+y^2=1+x^2+y^2+2x-2y-2xy$,

整理,得 $y=\frac{2x+1}{2x+2}=1-\frac{1}{2x+2}$, ∴方程 $\rho=\frac{1}{1-\cos\theta+\sin\theta}$表示的曲线是双曲线.故选:C

第 5 题答案 A

第 5 题解析: 根据题意,设这个伸缩变化为$\begin{cases}x'=mx\\ y'=ny\end{cases}$,若将直线 $x+y=1$ 变换为直线 $2x+3y=6$,即$\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=1$,

则有 $m=3,n=2$; 即$\begin{cases}x'=3x\\ y'=2y\end{cases}$,故选:A

第 6 题答案 B

第 6 题解析: 根据题意,直线$\begin{cases}x=3+t\sin230^\circ\\ y=-1+t\cos230^\circ\end{cases}$（t为参数）的普通方程为 $y+1=\frac{\cos230^\circ}{\sin230^\circ}(x-3)$,

即 $y+1=\tan40^\circ(x-3)$, 则直线的倾斜角为 40°;故选:B

第 7 题答案 D

第 7 题解析

点$(1,-2)$为直线参数方程中经过的定点,直线方程为标准形式,

利用中点坐标公式的结论可知,对于直线上任意的参数值,取距离为:$\frac{|t_1+t_2|}{2}$. 故选:D

第 8 题答案 C

第 8 题解析: 曲线 C 的方程为$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$, 转换为极坐标方程为:$\rho^2\cos^2\theta+3\rho^2\sin^2\theta=6$, 所以:$\frac{1}{\rho^2}=\frac{1+2\sin^2\theta}{6}$.

直线 l 的极坐标方程为$\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{6})=\sqrt{3}$, 整理得:$\frac{1}{\rho^2}=\frac{\cos^2(\theta+\frac{\pi}{6})}{3}$,

射线 M 的极坐标方程为 $\theta=\alpha(\rho\ge0)$. 设射线 m 与曲线 C、直线 l 分别交于 A、B 两点,

则:$\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}=\frac{1+2\sin^2\theta}{6}+\frac{\cos^2(\theta+\frac{\pi}{6})}{3}=\frac{3-\cos(2\theta-\frac{\pi}{3})}{6}$,

当 $\cos(2\theta-\frac{\pi}{3})=-1$ 时,$\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}$最大值为$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.故选:C

第 9 题答案 D

第 9 题解析: ∵曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数),点 P 在 C_1 上, ∴设 $P(\sqrt{3}\cos\alpha,\sin\alpha)$,

∵曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$ ∴$\rho\sin\theta\cos\frac{\pi}{4}+\rho\cos\theta\sin\frac{\pi}{4}=2\sqrt{2}$

∴$\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=4$, ∴曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x+y-4=0$,

∵点 Q 在 C_2 上,∴|PQ|的最小值为点 P 到直线 C_2 的距离的最小值,

∵点 P 到直线 C_2 的距离 $d=\frac{|\sqrt{3}\cos\alpha+\sin\alpha-4|}{\sqrt{2}}=\frac{|2\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})-4|}{\sqrt{2}}$,

∴当 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=1$ 时,$d_{min}=\frac{|2-4|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ ∴|PQ|的最小值为$\sqrt{2}$. 故选:D

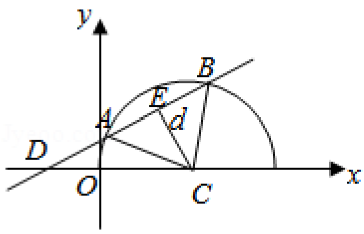
第 10 题答案 D

第 10 题解析: ∵圆 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta-13=0$, ∴圆的直角坐标方程为 $x^2+y^2-2x-4y-13=0$,

圆的圆心 C(1,2),半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{4+16+4\times13}=3\sqrt{2}$

∵P(-1,0),∴点 P(-1,0)到圆心 C(1,2)的距离: $|PC|=\sqrt{(-1-1)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{2}$ ∴|AP|的最大值为:$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$.

第 11 题答案 D



第 11 题解析: ∵曲线 C 的方程为 $\rho=4\cos\theta(0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2})$, ∴$\rho^2=4\rho\cos\theta(0\le\theta\le2)$,

∴曲线 C 的方程为$(x-2)^2+y^2=4,(0\le y\le2)$, 表示的是以 C(2,0)为圆心,2 为半径的上半个圆,

由题意知,当∠ACB 为直角时,△ABC 的面积最大, 此时 C 到直线 l 的距离 $d=\sqrt{2}$,

∵直线 l 与 x 轴交于 D(-1,0),∴CD=3, ∴$CE=\sqrt{7}$,∴$\tan\alpha=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$.故选:D

第 12 题答案 B

第 12 题解析: ∵椭圆 C:$\begin{cases}x=4\cos\theta\\y=3\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数), ∴椭圆 C 的普通方程为$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$,

∵椭圆 C 与 x 轴正半轴,y 轴正半轴的交点分别为 A,B,动点 P 是椭圆上任一点, ∴A(4,0),B(0,3),P(4cosα,3sinα),

∴直线 AB 的方程为$\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$,即 $3x+4y-12=0$, 点 P 到直线 AB 的距离 $d=\frac{|12\cos\alpha+12\sin\alpha-12|}{5}=\frac{|12\sqrt{2}\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})-12|}{5}$,

当 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})=-1$ 时,$d_{max}=\frac{12\sqrt{2}+12}{5}$,

∴△PAB 面积的最大值 $S=\frac{1}{2}\times AB\times d_{max}=\frac{1}{2}\sqrt{9+16}\times\frac{12\sqrt{2}+12}{5}=6\sqrt{2}+6=6(\sqrt{2}+1)$.故选:B

第 13 题答案 D

第 13 题解析: ∵直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+t\sin\alpha\end{cases}$ (t 为参数), ∴直线 l 过点 M(1,$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$),倾斜角为 α,

∵圆 C 的极坐标方程为 ρ=4sin(θ+$\dfrac{\pi}{3}$),即 $\rho^2=2\rho\sin\theta+2\sqrt{3}\rho\cos\theta$,

∴圆 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-2y-2\sqrt{3}x=0$,即$(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=4$,

∵$(1-\sqrt{3})^2+(\dfrac{\sqrt{3}}{3}-1)^2<4$， ∴点 M（1，$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$）圆内，

∵直线 l 与圆 C 的两个交点为 A，B， 圆心 C（$\sqrt{3}$，1）与 M（1，$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$）连线的斜率 kCM=$\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{3}-1}{1-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

∴当|AB|最小时，直线 CM⊥AB，∴tanα=kAB=$-\dfrac{1}{k_{CM}}=-\sqrt{3}$． ∴α=$\dfrac{2\pi}{3}$．故选：D

第 14 题答案 C

第 14 题解析: 若 P(x,y)在椭圆$\begin{cases}x=2\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数)上, 则 x+2y=2cosθ+2sinθ=$2\sqrt{2}\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})$,

则有 $-2\sqrt{2}\le x+2y\le 2\sqrt{2}$, 即 x+2y 的取值范围为$[-2\sqrt{2},2\sqrt{2}]$; 故选:C

第 15 题答案 $\dfrac{28\sqrt{5}}{5}$

第 15 题解析: 由 $\rho^2-8\rho\cos\theta-10\rho\sin\theta+32=0$,得 $x^2+y^2-8x-10y+32=0$,故在极坐标系中,曲线 C 上每个点对应的极角均为锐角,由曲线 C 表示以(4,5)为圆心,以 3 为半径的圆,则圆落在第一象限. tanθ=2,可得 sinθ=2cosθ,

又 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$,得 cosθ=$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$,sinθ=$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, 从而 $\rho^2-8\rho\cos\theta-10\rho\sin\theta+32=0$ 化为 $\rho^2-\dfrac{28\sqrt{5}}{5}\rho+32=0$.

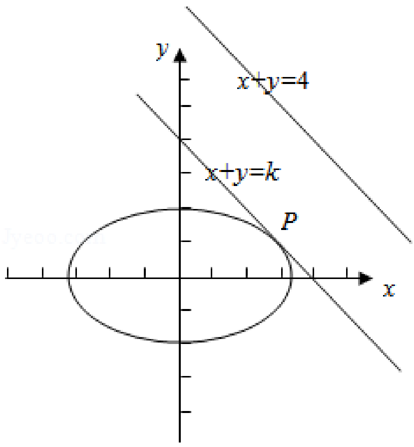
∴|OA|+OB|= $\rho_1+\rho_2=\dfrac{28\sqrt{5}}{5}$. 故答案为:$\dfrac{28\sqrt{5}}{5}$

第 16 题答案 $(\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2})$

第 16 题解析: 曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha\\ y=\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数), 则 C_1 的直角坐标方程是:$x^2+3y^2=3$,

曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$, 则 C_2 的直角坐标方程是:x+y=4,

如图所示:



平移直线 x+y=4 使其和椭圆相切, 设平移后的直线方程是:x+y=k,

由$\begin{cases}x+y=k\\ x^2+3y^2=3\end{cases}$, 得 $4x^2-6kx+3k^2-3=0$,

由△=$36k^2-16(3k^2-3)=0$, 解得:k=2,

故平移后的直线方程是:x+y=2, 解方程 $4x^2-12x+9=0$, 解得:P$(\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2})$, 故答案为:$(\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2})$

第 17 题答案 $\dfrac{\sqrt{2}+1}{4}$

第 17 题解析

曲线 C_2: $\begin{cases}x=1+\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数),普通方程为$(x-1)^2+y^2=1$.

设直线方程为 kx - y=0,圆心到直线的距离 $d=\frac{|k|}{\sqrt{k^2+1}}$,∴$|OB|=2\sqrt{1-\frac{k^2}{k^2+1}}=\frac{2}{\sqrt{k^2+1}}$,

kx - y=0 与 x+y=4 联立,可得 A($\frac{4}{k+1}$,$\frac{4k}{k+1}$),∴$|OA|=\sqrt{\frac{16(1+k^2)}{(k+1)^2}}$, ∴$\frac{|OB|}{|OA|}=\frac{k+1}{2(k^2+1)}$,

设 k+1=t(t>0),则$\frac{|OB|}{|OA|}=\frac{1}{2t+\frac{4}{t}-4}\le\frac{1}{4\sqrt{2}-4}=\frac{\sqrt{2}+1}{4}$.∴$\frac{|OB|}{|OA|}$的最大值为.故答案为$\frac{\sqrt{2}+1}{4}$

第 18 题答案 16

第 18 题解析: 圆心的极坐标为(3,$\frac{\pi}{2}$)即(0,3),半径为 3 的圆 C 标准方程为:$x^2+(y-3)^2=9$.

把直线 l 的参数方程为:$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=-2+t\sin\alpha\end{cases}$ (t 为参数), 代入圆的方程可得:$t^2-10t\sin\alpha+16=0$. ∴$t_1t_2=16$. 则$|PA|\cdot|PB|=|t_1t_2|=16$

第 19 题答案 $\frac{4}{5}$

第 19 题解析

曲线 C:$\rho=\frac{2}{\cos\theta+2\sin\theta}$, 不妨设 A($\rho_1$,θ),B($\rho_2$, $\theta+\frac{\pi}{2}$),

则 $\rho_1=\frac{2}{\cos\theta+2\sin\theta}$,$\rho_2=\frac{2}{\cos(\theta+\frac{\pi}{2})+2\sin(\theta+\frac{\pi}{2})}=\frac{2}{2\cos\theta-\sin\theta}$,

∴$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times|\rho_1\rho_2|=\frac{2}{|2\cos^2\theta-2\sin^2\theta+3\sin\theta\cos\theta|}=\frac{2}{|2\cos2\theta+\frac{3}{2}\sin2\theta|}=\frac{4}{|5\sin(2\theta+\phi)|}\leqslant\frac{4}{5}$,

当且仅当 sin(2θ+φ)=±1 时取等号. ∴△AOB 面积的最小值为$\frac{4}{5}$. 故答案为:$\frac{4}{5}$

第 20 题答案 ($\frac{1}{4}$, $\frac{\sqrt{3}}{4}$)

第 20 题解析

由$\begin{cases}x=\cos\phi\\y=1+\sin\phi\end{cases}$,可得 $x^2+(y-1)^2=1$,即 $x^2+y^2-2y=0$, ∴$\rho^2=2\rho\sin\theta$,即曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$.

又过原点的直线 l_1 的方向向量是(cosα,sinα),α∈(0,$\frac{\pi}{2}$),

则直线 l_1 的极坐标方程为 θ=α,α∈(0,$\frac{\pi}{2}$), 可得到 l_2: $\theta=\alpha-\frac{\pi}{6}$.

设点 P 极点坐标(ρ_1,α),即 $\rho_1=\cos\alpha$. 点 Q 极坐标为(ρ_2,α - $\frac{\pi}{6}$),即 $\rho_2=2\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})$.

则$|OP|\cdot|OQ|=\rho_1\rho_2=\cos\alpha\cdot2\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})=2\cos\alpha\cdot(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha-\frac{1}{2}\cos\alpha)=\sin(2\alpha-\frac{\pi}{6})-\frac{1}{2}$.

∵α∈(0,$\frac{\pi}{2}$), ∴$2\alpha-\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6})$,

当 $2\alpha-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$,即 $\alpha=\frac{\pi}{3}$时,|OP|•|OQ|取最大值$\frac{1}{2}$,

此时 P 的极坐标为($\frac{1}{2}$,$\frac{\pi}{3}$),直角坐标为($\frac{1}{4}$, $\frac{\sqrt{3}}{4}$). 故答案为:($\frac{1}{4}$, $\frac{\sqrt{3}}{4}$)