

尤溪一中 2018-2019 学年高三上学期第一次月考 数学 (理科) 试题

时间:120 分钟

满分:150 分

命题人:王伟荣

审核人:陈贤

一、选择题 (每小题 5 分, 共 12 小题 60 分)

1. $\sin(-2055^\circ) = (\quad)$

- A. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ B. $-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

2. 设全集 $U = R, A = \{x | \frac{x-2}{x+1} < 0\}, B = \{y | y = \cos x, x \in A\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $(\cos 2, 1]$ B. $[\cos 2, 1]$ C. $(-1, 2)$ D. $(-1, \cos 2]$

3. 已知点 $(a, \frac{1}{2})$ 在幂函数 $f(x) = (a-1)x^b$ 的图象上, 则函数 $f(x)$ 是 (\quad)

- A. 奇函数 B. 偶函数 C. 定义域内的减函数 D. 定义域内的增函数

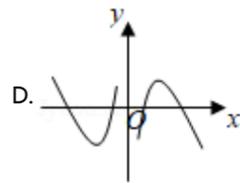
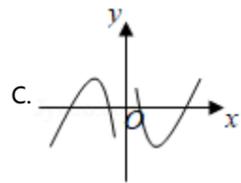
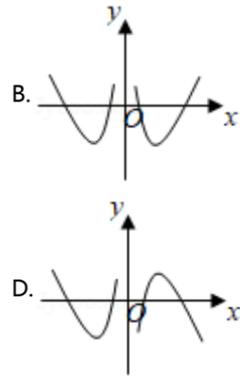
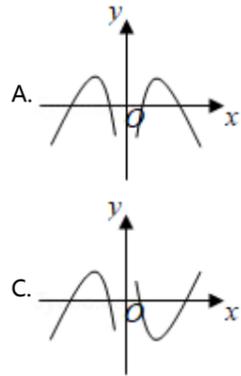
4. 已知命题 $p: \exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 + 1 \geq 0$; 命题 $q: \text{若 } a < b, \text{ 则 } \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则下列为真命题的是 (\quad)

- A. $p \wedge q$ B. $p \wedge \neg q$ C. $\neg p \wedge q$ D. $\neg p \wedge \neg q$

5. 已知 $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{4}$, 则 $\sin(\frac{5\pi}{6} - x) + \cos(\frac{\pi}{3} - x)$ 值为 (\quad)

- A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

6. 已知函数 $f(x) = 4 - x^2, y = g(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $g(x) = \log_2 x$, 则函数 $f(x) \cdot g(x)$ 的大致图象为 (\quad)



7. 若将函数 $y = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 则平移后图象的对称轴方程为 (\quad)

- A. $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} (k \in Z)$ B. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} (k \in Z)$
C. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi (k \in Z)$ D. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi (k \in Z)$

8. 已知函数 $f(x) = 2^{x-2} + 1$, 对任意的实数 a, b, c , 关于 x 方程的 $a[f(x)]^2 + bf(x) + c = 0$ 的解集不可能是 (\quad)

- A. $\{1, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{0, 2, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

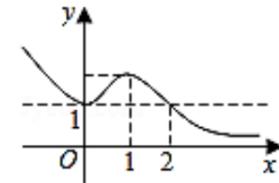
9. 若函数 $f(x) = \log_m(\frac{4x^2 + m}{x}) (m > 0, \text{ 且 } m \neq 1)$ 在 $[2, 3]$ 上单调递增, 则实数 m 的取值范围是 (\quad)

- A. $(1, 36]$ B. $[36, +\infty)$ C. $(1, 36] \cup [36, +\infty)$ D. $(1, 16]$

10. 已知函数 $f(x) = 1 - 2 \sin^2(\omega x + \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$ 在区间 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ 内单调递减, 则 ω 的最大值是 (\quad)

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

11. 定义在 R 上的可导函数 $f(x)$, 已知 $y = e^{f(x)}$ 的图象如图所示, 则 $y = f(x)$ 的增区间是 (\quad)



- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 2)$

12. 设过曲线 $f(x) = e^x + x + 2a$ (e 为自然对数的底数) 上任意一点处的切线为 l_1 , 总存在过曲线

$g(x) = \frac{a}{2}(1 - 2x) - 2 \sin x$ 上一点处的切线 l_2 使得 $l_1 \perp l_2$, 则实数 a 的取值范围为 (\quad)

- A. $[-1, 1]$ B. $[-2, 2]$ C. $[-1, 2]$ D. $[-2, 1]$

二、填空题 (每小题 5 分, 共 4 小题 20 分)

13. $\int_{-1}^1 (\sqrt{1-x^2} + \sin 2x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

14、设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ x-2y \leq 0 \\ x+2y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2^x \left(\frac{1}{16}\right)^y$ 的最大值为_____.

15、设函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 1 \\ 3^x + 1, & x < 1 \end{cases}$, 若 $f(x_0) \leq f(\log 2)$, 则 x_0 的最大值为_____.

16、已知函数 $f(x) = \sqrt{2}a \sin(\omega\pi x + \varphi)$ ($a > 0, \omega > 0, |\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$), 直线 $y = a$ 与 $f(x)$ 的图象的相邻两个交点的

横坐标分别是 2, 4, 现有如下命题:

①该函数在 $[2, 4]$ 上的值域是 $[a, \sqrt{2}a]$

②在 $[2, 4]$ 上, 函数在 $x = 3$ 处取得最大值

③该函数的最小正周期可以是 $\frac{8}{3}$

④函数 $f(x)$ 的图象可能过原点

以上正确的命题的序号是_____.

三、解答题(第 17 题 10 分, 第 18 题 12 分, 第 19 题 12 分, 第 20 题 12 分, 第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 6 小题 70 分)

17、已知 $\sin(\alpha - 3\pi) = 2\cos(\alpha - 4\pi)$.

(1) 求 $\frac{\sin(\pi - \alpha) + 5\cos(2\pi - \alpha)}{2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$ 的值;

(2) 求 $\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha + 2$ 的值.

18、已知函数 $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + \sin^2 x - \cos^2 x + \sqrt{2}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间;

(2) 若存在 $t \in \left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right]$ 满足 $[f(t)]^2 - 2\sqrt{2}f(t) - m > 0$, 求实数 m 的取值范围.

19、在平面直角坐标系中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = -2 + 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极

轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin\theta$.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程;

(2) 射线 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ ($\rho \geq 0$) 与曲线 C_1, C_2 分别交于 A, B 两点(异于原点 O), 定点 $M(-2, 0)$, 求 $\triangle MAB$ 的面积.

20、以平面直角坐标系的原点为极点, x 轴的正半轴为极轴, 取相同的长度单位建立极坐标系, 已知直线 l 的极坐标方程是

$\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 1$, 圆 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases}$ (φ 为参数, $r > 0$).

(1) 若直线 l 与圆 C 有公共点, 求实数 r 的取值范围;

(2) 当 $r = 2$ 时, 过点 $D(2, 0)$ 且与直线 l 平行的直线 l' 交圆 C 于 A, B 两点, 求 $\left|\frac{1}{|DA|} - \frac{1}{|DB|}\right|$ 的值.

21、已知函数 $f(x) = \ln x - a(x-1) - \frac{1}{2}(a+1)x^2$, 其中 $a \in R$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 当 $a > -1$ 时, 在定义域内不等式 $f(x) < -\ln(a+1)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

22、已知函数 $f(x) = ae^x - x^2$.

(1) 证明: 当 $a = 1, x > e$ 时, $f(x) > 0$;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) + x^2 - x = 0$ 有两个不相等的实根, 求 a 的取值范围.