

尤溪一中 2018-2019 学年度第一次月考考试 高三文科数学试卷

时间:120 分钟

满分:150 分

命题人:池晓燕

审核人:林福济

一、选择题(每小题 5 分,共 12 小题 60 分)

- 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 2x \leq 0\}$, $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$
- 设向量 $\vec{a} = (x - 1, x)$, $\vec{b} = (x + 2, x - 4)$, 则 “ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ” 是 “ $x = 2$ ” 的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 设 $\{a_n\}$ 是由正数组成的等比数列, 且 $a_3 \cdot a_7 = 64$, 那么 $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \dots + \log_2 a_9$ 的值是 ()
A. 10 B. 27 C. 36 D. 20
- 将函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos x - \sin x$ 的图象向右平移 $m (m > 0)$ 个单位长度后, 所得图象对应的函数为偶函数, 则 m 的最小值是 ()
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
- 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = -11$, $a_4 + a_6 = -6$, 则当 S_n 取最小值时, n 等于 ()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 已知曲线 $y = x + \ln x$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线与曲线 $y = ax^2 + (a+2)x + 1$ 相切, 则 $a =$ ()
A. -2 B. 0 C. 1 D. 8
- 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2^{n-1} + 2n - 1$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 ()
A. $2^n + n^2 - 1$ B. $2^{n+1} + n^2 - 1$
C. $2^{n+1} + n^2 - 2$ D. $2^n + n - 2$
- 各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_4 = 10$, $S_{12} = 130$, 则 $S_8 =$ ()
A. -30 B. 40 C. 40 或 -30 D. 40 或 -50
- 设 $f(x) = \lg(\frac{2}{1-x} + a)$ 是奇函数, 则使 $f(x) > 0$ 的 x 的取值范围是 ()
A. $(-1, 0)$ B. $(0, 1)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(0, +\infty)$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_n = 3a_{n-1} + 4 (n \in \mathbb{N}^* \text{ 且 } n \geq 2)$, 则数列 $\{a_n\}$ 通项公式 a_n 为 ()
A. 3^{n-1} B. $3^{n+1} - 8$ C. $3^n - 2$ D. 3^n

- 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) + 1 (\omega > 0, 0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2})$ 的图象相邻两条对称轴之间的距离为 π , 且在 $x = \frac{\pi}{3}$ 时取得最大值 2, 若 $f(\alpha) = \frac{8}{5}$, 且 $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$, 则 $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{3})$ 的值为 ()
A. $\frac{12}{25}$ B. $-\frac{12}{25}$ C. $\frac{24}{25}$ D. $-\frac{24}{25}$

- 锐角 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = \sqrt{3}$, $A = \frac{\pi}{3}$, 则 $b^2 + c^2 + 3bc$ 的取值范围是 ()
A. $(5, 15]$ B. $(7, 15]$ C. $(7, 11]$ D. $(11, 15]$

二、填空题(每小题 5 分,共 4 小题 20 分)

- 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_{99} 是方程 $x^2 - 10x + 16 = 0$ 的两根, 则 $a_{40} a_{50} a_{60} =$ _____.
- 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x$ 在定义域上是增函数, 则实数 a 的取值范围为 _____.
- 已知在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, (2n+1)a_n = (2n-3)a_{n-1} (n \geq 2)$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ, AB = 3, AC = 2$. 若 $\vec{BD} = 2\vec{DC}, \vec{AE} = \lambda \vec{AC} - \vec{AB} (\lambda \in \mathbb{R})$, 且 $\vec{AD} \cdot \vec{AE} = 6$, 则实数 λ 的值为 _____.

三、解答题(第 17 题 12 分,第 18 题 12 分,第 19 题 12 分,第 20 题 12 分,第 21 题 12 分,第 22 题 10 分,共 6 小题 70 分)

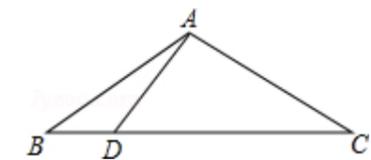
- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q > 1, a_1 = 1$, 且 $a_1, 2a_2 - 1, a_3$ 成等差数列.
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 设 $a_n \cdot b_n = \frac{3^n}{n^2 + n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项的和 T_n .

- 已知 $\vec{m} = (2\cos x + 2\sqrt{3}\sin x, 1), \vec{n} = (\cos x, -y)$, 满足 $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$

- 将 y 表示为 x 的函数 $f(x)$, 并求 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间;
- 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 对应的边长, 若 $f(\frac{A}{2}) = 3$, 且 $a = 2$, 求 $b+c$ 的取值范围.

- 已知 D 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点, 且 $AB : BC : CA = 1 : \sqrt{3} : 1$.

- 求角 A 的大小;
- 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 且 $\angle ADC = 45^\circ$, 求 BD 的长.



20、已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 $S_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n, (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求数列 $\{a_{2n} \cdot 2^n\}$ 的前 n 项和.

21、设函数 $f(x) = \ln x + \frac{m}{x}, m \in \mathbb{R}$.

(1)当 $m = e$ (e 为自然对数的底数)时,求 $f(x)$ 的极小值;

(2)讨论函数 $g(x) = f'(x) - \frac{x}{3}$ 零点的个数;

(3)若对任意 $b > a > 0, \frac{f(b) - f(a)}{b - a} < 1$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

22、在平面直角坐标系 xOy 中,椭圆 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3}\cos\phi \\ y = \sqrt{2}\sin\phi \end{cases}$ (ϕ 为参数)以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建

立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta + \rho\sin\theta = 1$

(1)求椭圆 C 的极坐标方程和直线 l 的参数方程;

(2)若点 P 的极坐标为 $(1, \frac{\pi}{2})$, 直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点,求 $|PA| + |PB|$ 的值.