数学习题教学实现“三维目标”探究

◎陈　贤　(福建省尤溪第一中学,福建　三明　365100)

【摘要】数学教学首先要有明确的教学目标,才能有效地实施教学手段,正确地培养学生的数学思维能力,提高学生的数学素质.本文从教学中的“三维目标”入手,抓住习题教学的几个重要环节,培养学生进行解题后反思,对自己的思维能力不断地升华,对变通题的解决起到预期的效果.

【关键词】数学;习题教学;三维目标

【基金项目】2016 年福建省省级课题“基于数学核心素养的试题命制与评价研究”(立项编号:FJJKXB16-086).

数学教学有明确的教学目标才能有效地实施教学手段,进而正确地培养学生的思维能力,提高学生的数学素质,使学生接受数学精神、思想和方法的熏陶,提高思维能力,锻炼意志品质,并把它们迁移到学习、工作和生活的各个领域中去,形成和发展具有思维特点的智力活动.下面结合教学实践,就高中数学从“三维目标”入手,抓住习题教学的几个重要环节,培养学生进行解题后反思,不断提高学生的思维能力,对变通题的解决起到预期的效果,谈一些粗浅看法,以期抛砖引玉.

一、数学教学中应注重“三维目标”的实施

“三维目标”是知识贯穿于技能之中的目标,即运用数学知识解决实际问题的能力;是知识应用过程中的方式方法,即怎样应用数学思想方法来解决数学问题;是从情感角度来实现数学在人们生活中的作用.当然“三维目标”不是三块个体,而是一个整体,相互支持,有机结合,存在紧密的内在联系.三者的关系,决定了我们的课堂实施过程中,既要关注学习的过程,也要看重学习的结果,既要重视学生基础知识的积累与基本技能的养成,也要注重学生“情感、态度与价值观”的培育.习题教学中应该坚持的原则是目的明确、例题要典型、例题还要具有内容上的层次性和形式上的新颖性.

二、习题教学是实现“三维目标”的重要途径

通过细化习题教学,才能跳出题海战术这个怪圈的困扰.在习题教学中,首先,要从选题入手,要解决什么问题,巩固哪些知识点.其次,要深入了解学习的思维途径,抓住学生的思维缺陷,引导学生进入到创新思维活动中,使学生的思维能力不断升华.最后,是习题课的有效性教学与有效性学习相结合,提高学生解决数学问题的实际效果.

三、一道题的解法思考

例　已知二次函数 $y=x^2-4x-5$ 与 x 轴相交于 A,B 两点,与 y 轴相交于 C 点.如果一圆经过 A,B,C 三点,求该圆的方程.

解　因为二次函数 $y=x^2-4x-5$ 与 x 轴相交于 $A(-1,0)$,$B(5,0)$,与 y 轴相交于 $C(0,-5)$.设圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$,将三点坐标代入得到

$$\begin{cases}1-D+F=0,\\25+5D+F=0,\\25-5E+F=0,\end{cases}$$

解得 $D=-4,E=4,F=-5$,

所以圆的方程为 $x^2+y^2-4x+4y-5=0$.

如果我们换一个角度去审视,因为抛物线与圆有三个公共点.因此,圆与抛物线在 x 轴上,y 轴上就有公共解.

设 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$,令 $y=0$ 时得 $x^2+Dx+F=0$ 对照二次函数令 $y=0$ 时,$x^2-4x-5=0$,从而得到 $D=-4$,$F=-5$.又点 $C(0,-5)$ 在圆上,将其代入得到 $E=4$.所以圆的方程为 $x^2+y^2-4x+4y-5=0$.

上述两种方法起到异曲同工的效果,虽然两种解法都不烦琐,但总的感受是第二种方法具有一定的特殊味道.

五、解题后的必要反思

解题后的反思很重要.目的有三:(1)站在更高的角度回过头来重新审视解题方案,看是不是最好,从而优化方案;(2)对题目进行变通,收到举一反三的效果;(3)跳出题目,看题目,对自己解题中的见解进行提炼与升华.

通过上题的解题后,总感觉第二种方法对特殊题型是一种有效的方法.我们就来看上例的一个变形题目:

已知二次函数 $y=x^2-3x-2\,008$ 与 x 轴相交于 A,B 两点,与 y 轴相交于 C 点.如果一圆经过 A,B,C 三点,则该圆的方程为________.

这道题的常规思维过程是,先令 $y=0$,得到 $x^2-3x-2\,008=0$,解得关于 x 的方程有两个无理根,得到 A,B 两点坐标,再令 $x=0$,得到 $y=-2\,008$,得到 C 点坐标 $(0,-2\,008)$.显然经过三个已知点就能解出圆的方程,但按这一程序来解计算量大,以致最后得不到准确的答案.下面我们就来换位思考.设圆的方法为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$,令 $y=0$,得 $x^2+Dx+F=0$,那么对应的数值应是 $D=-3$,$F=-2\,008$,令 $x=0$,得 $y^2+Ey+F=0$,由于 $F=-2\,008$,由此可知 $y_1\cdot y_2=-2\,008$,$y_1+y_2=\pm2\,007$ 或 $\pm1\,002$ 或 ±501 或 ±243.所以 E 的值有八个解,符合条件的圆有八个不同的方程.

变形题　已知 a,b,c 是实数,函数 $f(x)=ax^2+bx+c$,$g(x)=ax+b$,当 $-1\leqslant x\leqslant1$ 时,有 $|f(x)|\leqslant1$.(1)证明:$|c|\leqslant1$;(2)证明:当 $-1\leqslant x\leqslant1$ 时,$|g(x)|\leqslant2$;(3)设 $a>0$,当 $-1\leqslant x\leqslant1$ 时,$g(x)$ 的最大值为 2,求 $f(x)$.解题思路也是一个常规思维下的非常规解法.

总之,新课程理念要求我们摒弃“题海战术”,避免浪费学生的时间,加重学生的课业负担,必须优化习题教学,实现“三维目标”的有效实施.